

MODELO NEURONAL PARA LA TOMA DE DECISIONES BINARIAS

R. PAGE, E. IZQUIERDO, A. SAAL, J. CODNIA

INSTITUTO DE CIENCIAS. UNIVERSIDAD NACIONAL DE GENERAL SARMIENTO.
Roca 850-San Miguel - Buenos Aires - Argentina
e-mail: jcodnia@citefa.gov.ar page@ungs.edu.ar

En un intento de estudiar los procesos cognitivos elementales, desde los años 60, diversos autores midieron el tiempo de respuesta (TR) humana necesario para realizar tareas con consignas sencillas preestablecidas. Los tiempos se cuentan a partir, por ej., del momento en que se presenta un estímulo óptico en el monitor de la PC. En algunos experimentos se comparan dígitos presentados de a pares con la consigna "Seleccionar el Mayor" (o "el Menor"). Se propone un modelo fácilmente representable con una red neuronal esquemática que simula los TR de las respuestas correctas y predice el porcentaje de respuestas equivocadas para cada par de dígitos. El modelo neuronal ha sido convalidado con datos experimentales propios y con datos extraídos de la literatura. Otros autores, en experimentos no relacionados con dígitos, asocian un orden arbitrario (recientemente aprendido) a un conjunto reducido de estímulos. Las mediciones del TR incluyen la comparación de pares de estímulos no presentados durante el aprendizaje. El modelo resulta también exitoso para estas mediciones.

Since the sixties, several authors have attempted to study elementary cognitive processes measuring the Response Time (RT) to answer simple questions. In a typical experiment, two optical stimuli are shown to the participant who is instructed to Select the Larger or the Shorter of between them. The stimuli may e.g., be digits. The order comparison between two elements from a set of symbolic stimuli is interpreted as a computational process performed with a simple network. Each encoded stimuli pair generates an exponentially growing accumulative process. When the activity reaches a threshold, the output neuron signals for a motor response and an explicit expression is available for the RT. The network may, also, be used to evaluate the fraction of erroneous answers. We tested the model with data from the literature and from our own laboratory. In all cases we obtained a good agreement. Recently, results from a new experimental process has been reported in the literature. Participants learn the arbitrary height of imaginary persons (the stimuli are the names) and are tested with RT measurements while they infer the height relation between not learnt stimuli. We tested the model with these data as well and found an excellent correlation

I. INTRODUCCIÓN

Desde la década del 60 varios grupos de psicología experimental y neurofisiología han trabajado en la medición y modelado de los tiempos de respuesta para la toma de decisiones binarias. Básicamente, en este tipo de test se pide a los participantes que determinen cuál es el mayor (menor) entre dos objetos. Estos objetos pueden ser tanto números, de uno^{1,2} o dos^{3,4} dígitos, como estímulos más abstractos. Por ejemplo, nombres de personas imaginarias sobre cuya relación de alturas⁵ se pregunta. Este test es particularmente interesante pues los participantes sólo han aprendido (durante la primera fase del experimento) el orden de las personas consecutivas y son testeadas sobre todas (consecutivas o no).

Las magnitudes que se miden son el tiempo de respuesta, TR, y la proporción de respuestas equivocadas. Los datos empíricos manifiestan tres efectos característicos:

Efecto de distancia: estímulos cuyas magnitudes son cercanas poseen un TR mayor que aquellos más alejados. Por ej., en la comparación de dos números, el TR es mayor, al comparar 6 con 7, que al comparar 2 con 7. La fracción de respuestas equivocadas también presenta este efecto.

Efecto de congruencia: la semántica de la consigna modifica los TR, favoreciendo la comparación de estímulos grandes ante la tarea de Elegir el Mayor y

viceversa. Por ej., $TR[7,8] < TR[2,3]$ al comparar por mayor y viceversa si la consigna es menor.

Efecto de extremo (end effect): para igual distancia entre estímulos el TR es menor si uno de ellos es el mayor o el menor de todos.

En la reunión anterior⁶ se presentaron los resultados experimentales propios de la medición de tiempos de respuesta en la comparación de pares de dígitos. El test consistía en la presentación simultánea de dos dígitos y se instruyó a los participantes para presionar uno de dos botones indicando cuál era el mayor de ambos. En ese trabajo se observó el efecto de distancia tanto en los TR como en proporción de respuestas equivocadas. Se observó, además, que hay una correlación positiva entre los TR y sus respectivas desviaciones estándar. En esas mediciones también se observan los efectos de congruencia y de extremo (ver fig. 2).

En la literatura se han propuesto diversos modelos para interpretar estos efectos, por ej., basados en premisas de tipo Camino al Azar o de tipo Red Neuronal, y en general tienen buenas convalidaciones experimentales. En este trabajo se presenta un modelo que surge como generalización de una descripción empírica que ajusta bien el efecto distancia, el efecto de congruencia y el efecto de extremo.

Nuestro modelo se puede representar como una red neuronal o como un proceso de camino al azar. Logramos reproducir tanto nuestros resultados

experimentales como los usados originalmente para testear los otros modelos. Los coeficientes de correlación obtenidos son mejores o marginalmente mejores que con los modelos alternativos (a igual número de parámetros de ajuste).

II. TEORÍAS EXISTENTES

El primer trabajo en comparación de dos números fue el de Moyer et al.¹ quienes observaron básicamente el efecto de distancia. Ellos trabajaron con números de un dígito y hallaron que la expresión fenomenológica (1) cuantificaba el efecto de distancia al promediar los TR para distancias iguales.

$$TR \propto \log \left[\frac{1}{\text{distancia}} \right] \quad (1)$$

El efecto distancia es bien conocido para comparación de magnitudes sensoriales (largo de segmentos, inclinación de rectas, frecuencias de un tono, etc.); el trabajo Moyer y Landauer sorprendió al mostrar que lo mismo se observaba cuando los estímulos eran simbólicos (como en la representación arábiga de los números).

Entre los primeros modelos para la comparación de estímulos simbólicos figura el de Banks et al.² Ellos propusieron una codificación mixta (semántica y analógica). Este modelo propone que los números tienen una codificación interna que contrae la distancia efectiva para números mayores (por ej. con una ley del tipo: $1 - \exp[-\beta n]$). En su modelo proponen que después de la codificación analógica los estímulos reciben una codificación semántica que los caracteriza como grandes o chicos según sean mayores o menores que un valor crítico. Si la codificación semántica de los dos estímulos es diferente, la decisión toma un tiempo característico. En caso contrario, es necesario un tiempo extra, tomado como constante para cada codificación semántica inicial y cada consigna experimental. El modelo permite predecir tanto el efecto distancia como el de la congruencia.

Modelos más elaborados se basan en el Camino al azar. Un ejemplo particularmente desarrollado es el Relative Judgement Model⁴ (RJM). La información codificada de la diferencia entre los estímulos tiene una evolución que se equipara con un camino al azar unidimensional con dos barreras absorbentes. A medida que la señal es procesada, evoluciona estocásticamente hasta alcanzar una de las barreras absorbentes o umbrales. La acumulación de pasos (léase procesado de la información) en la dirección incorrecta genera una respuesta equivocada. El modelo predice el número medio de pasos hasta la barrera absorbente y la proporción de respuestas equivocadas. Los parámetros que introduce están relacionados con la distribución probabilística que determina cada paso y dependen de cada par de estímulos. Para la caracterización de los parámetros se recurre fuertemente a la proporción de las respuestas equivocadas.

Un modelo posterior, pensado para un tipo particular de tests, es el de Leth-Steensen et al.⁵ El test consta de dos fases. En la primera, los participantes aprenden interactivamente con la PC la altura relativa de seis personas imaginarias identificadas por sus nombres. Durante el aprendizaje, por prueba y error, sólo se mencionan las personas de alturas consecutivas. Durante la segunda fase, se mide el TR para comparar la altura de cualquier par de personas ya sean consecutivas o no. El modelo se basa en una red de estructura triangular. Dos neuronas que codifican los estímulos y una tercera que hace una primera evaluación de la diferencia de los mismos. Como se supone un proceso con fuerte influencia estocástica, la evaluación de la red se repite acumulando el resultado hasta superar uno de dos umbrales, que cumplen un rol similar al de las barreras absorbentes del modelo de camino al azar. Cada paso del proceso de acumulación lleva un tiempo típico que, al finalizar, define el TR. El proceso de acumulación tiene el efecto de filtrar el ruido propio de la actividad neuronal. Este modelo describe muy sencillamente el efecto de distancia pero no así a los otros dos. Para lograrlo se apela a módulos (sin representación neuronal) que modifican la salida de la red con términos competitivos adicionales y a efectos de "interferencia semántica" previamente descriptos por otros autores.

Además de los modelos arriba mencionados, Dehaene³ propuso, para la comparación de números de dos dígitos, un modelo fenomenológico como extensión de un modelo previo para comparar tamaño de objetos (Discriminability Model (DM), Jamieson et al.⁷). Según el DM los tiempos de respuesta son

$$TR = a \log \left[\frac{\text{ref}_{\text{MAX}} - (m)}{(n) - (m)} \right] + b \quad (2)$$

$$TR = a \log \left[\frac{\text{ref}_{\text{MIN}} - (n)}{(m) - (n)} \right] + b \quad (3)$$

para la tarea Seleccionar el Mayor y Seleccionar el Menor, respectivamente.

En ambas expresiones se supone que $n > m$. Los números a comparar, n y m , son codificados como (n) y (m) . Las referencias máxima y mínima, ref_{MAX} y ref_{MIN} , son los extremos del intervalo numérico y están también codificados. La constante b incluye la contribución al TR de procesos ajenos al proceso de decisión, especialmente la parte motriz. Los autores propusieron una relación lineal entre n y (n) . Otras funciones de prueba sólo mejoraban marginalmente el ajuste logrado.

III- MODELO PROPUESTO

Las expresiones fenomenológicas (2) y (3) sugieren una interpretación en términos de un proceso iterativo: Si después de k iteraciones una magnitud, A , vale $A_k = \lambda A_{k-1} + \lambda \mu d$, entonces el número de pasos para acumular A_k desde $A_0=0$ resulta logarítmico en A_k .

Las ec.(2) y (3) son fácilmente reconstruibles si tomamos $d = (n) - (m)$ y suponemos que la acumulación evoluciona según

$$(n_k) = (n) + A_k \quad (4)$$

$$(m_k) = (m) - A_k \quad (5)$$

hasta alcanzar el umbral ref_{MAX} y ref_{MIN} , respectivamente. Las ecuaciones resultantes para k son

$$k = \frac{1}{\log \lambda} \log \left[q \frac{ref_{MAX} - (m)}{(n) - (m)} + 1 - q \right] \quad (6)$$

$$k = \frac{1}{\log \lambda} \log \left[q \frac{ref_{MIN} - (n)}{(m) - (n)} + 1 - q \right] \quad (7)$$

donde $q = (\lambda - 1) \mu^{-1} \lambda^{-1}$. Finalmente $TR = \tau k + b$. El valor de τ es el característico de cada ciclo. Las ecs. (6) y (7) coinciden con las (2) y (3) cuando el parámetro fenomenológico q vale 1.

Las ec. (6) y (7) heredan la dependencia funcional del DM y por lo tanto su forma de manifestar el efecto distancia y el efecto de congruencia. En esencia estos efectos dependen del cociente $[ref - (...)]/[(...) - (...)]$. El

efecto de distancia se debe al denominador, $(n)-(m)$, mientras que el efecto de congruencia está relacionado con la asimetría del numerador: $ref - (...)$.

Es fácil interpretar a las ec. (6) y (7) como el número de ciclos de realimentación empleado por la red de la figura 1 para disparar una señal desde alguna de las neuronas de salida.

El esquema de la figura 1 ilustra el proceso para decidir la tarea *Elegir el Mayor*. La tarea *Elegir el Menor* es procesada por una red similar. Los estímulos a comparar, n y m , son codificados en (n) y (m) y alimentan la neurona con ganancia μ . La señal resultante es proporcional a la diferencia de los códigos y alimenta la neurona con ganancia λ . Esta última está retroalimentada positivamente por lo que su salida crece en forma exponencial. La etapa de retroalimentación modela los procesos de acumulación discutidos previamente en relación a los otros modelos. Al alcanzar uno de dos posibles umbrales se dispara la respuesta motriz. Si el proceso de acumulación no filtra correctamente el ruido de la señal, se excita la neurona de salida equivocada. Esto permite caracterizar el espectro de respuestas erróneas, tanto en TR como en proporción.

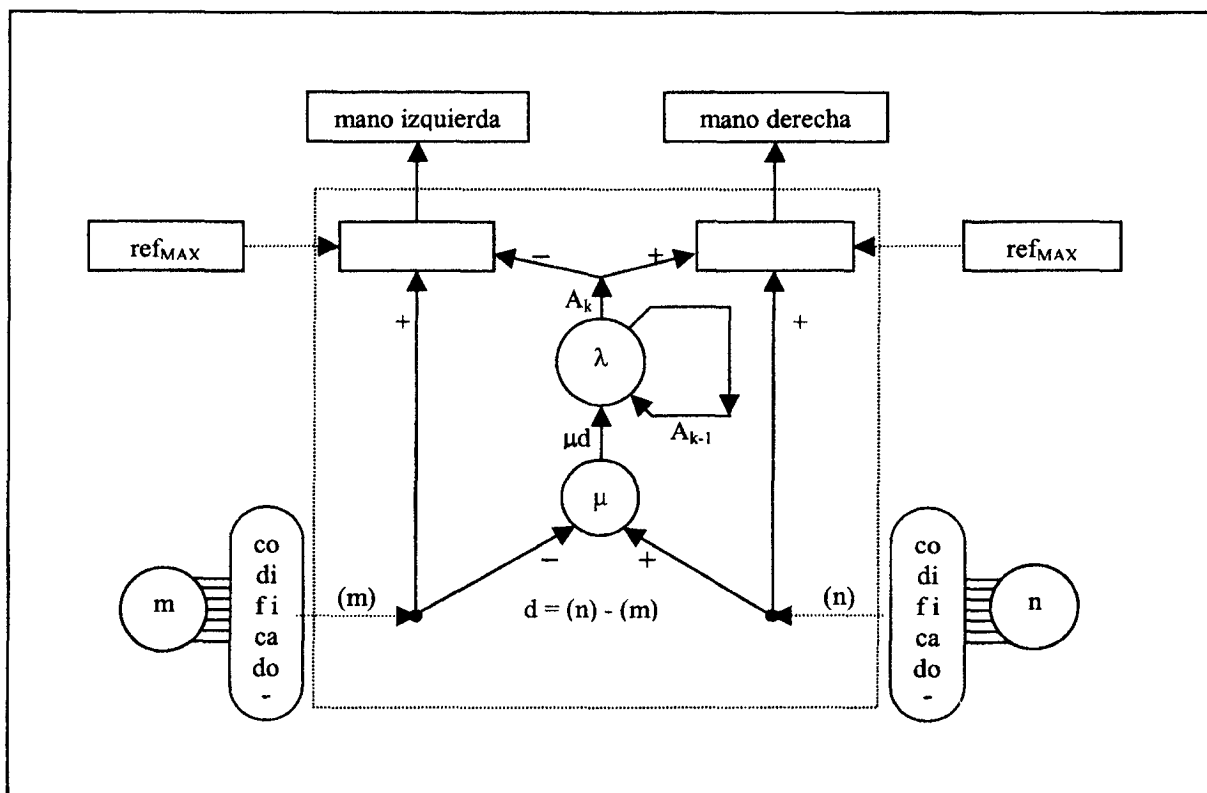


Figura 1: Red neuronal propuesta para la tarea "Elegir el Mayor" entre dos estímulos.

IV-VALIDACIÓN EXPERIMENTAL

Se analizaron diferentes resultados experimentales, tanto obtenidos en nuestro laboratorio como reportados en la literatura.

La figura 2 muestra los valores de los TR experimentales y los ajustados por el modelo observándose una muy buena correlación.

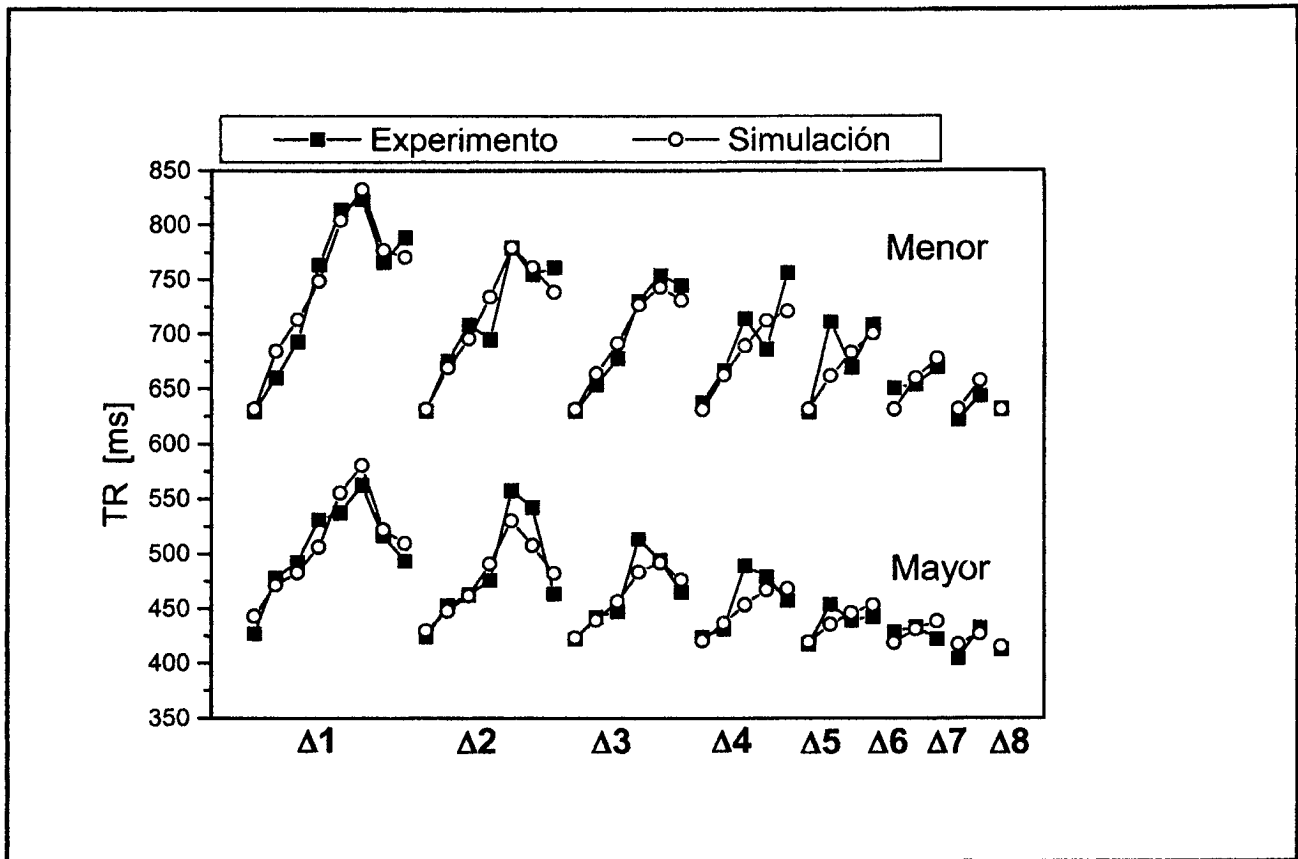


Figura 2: Comparación de los resultados obtenidos en nuestros experimentos y el ajuste con el modelo.

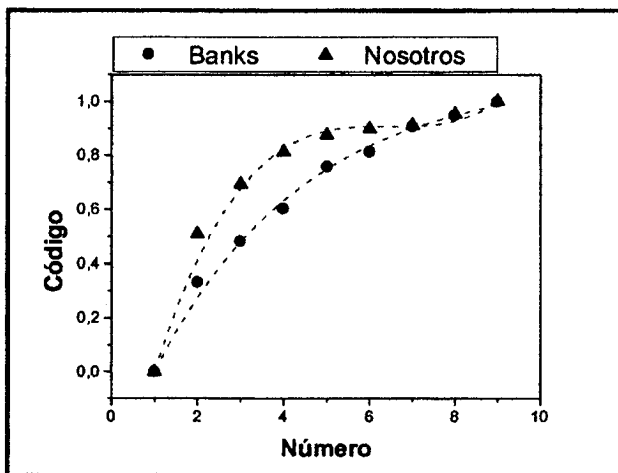


Figura 3: Códigos en la comparación de números de un dígito. Ajuste de los datos de Banks et al. y los nuestros.

Los datos están presentados en grupos de distancia constante, Δ_i , en orden creciente, o sea, primer grupo de distancia 1, Δ_1 correspondiente a los pares 12, 23, 34, ..., luego el segundo grupo de distancia 2, Δ_2 , asociado a los pares 13, 24, 35, ..., etc. Esta forma de presentar los resultados permite ver la modulación del efecto de distancia debida a los efectos de congruencia y de extremo. Los TR corresponden a mediciones con las dos consignas, *Elija el Mayor* y *Elija el Menor*. En esta última los datos se

incrementaron 250 ms para visualizarlos mejor en la figura.

Para obtener la figura 3, se usó el modelo recursivo con las mediciones nuestras y los RTs reportados por Banks et al.² Los valores de R^2 de los ajustes fueron 0,898 y 0,931, respectivamente, mientras que el R^2 reportado por el autor con su modelo fue de 0,68.

Pese a la sutil diferencia entre estas curvas, la topología de ambas indica el grado de discriminación entre estímulos. Tanto con nuestros datos como con los de Banks, los dígitos 1 y 2 están mucho más claramente diferenciados que los dígitos 6 y 7. La diferencia entre ambas curvas se puede deber a que en nuestro caso son códigos intrapersona y en el de Banks son promedios interpersona, de forma tal que se esperaría una curva más suave en este último caso.

En particular el cambio en la curvatura de nuestros códigos en los números 8 y 9 está asociado a la respuesta más rápida en las consultas involucrando estos dígitos como se observa en la figura 2, en la caída sistemática en los TR al final de cada serie.

En la comparación de dígitos² reportada en la literatura los autores encontraron un coeficiente $R^2=0,66$; nuestro modelo mejoró con $R^2=0,931$.

La combinación de estímulos posibles para la comparación de números de dos dígitos³, entre 11 y 99, es demasiado grande y usualmente cada par de estímulos tiene poca estadística. Dada la dispersión

de los datos es difícil validar un modelo u otro, sin embargo en todos los caso hemos verificado que el criterio que R^2 resulta marginalmente mejor para el modelo aquí propuesto que para el reportado por los autores de los modelos arriba descriptos. Finalmente hemos usado nuestro modelo para interpretar los datos del experimento de Leth-Steensen et al. El modelo propuesto por estos autores ajusta con 9 parámetros y logra un $R^2=0.968$. Con el modelo recursivo propuesto utilizamos el mismo numero de parámetros y el coeficiente de correlación resulta marginalmente mejor.

CONCLUSIONES

Los modelos de tiempo de respuesta para comparación de símbolos que son más reconocidos en la literatura tienen una estructura que acumula la diferencia entre los códigos de los estímulos hasta superar un umbral dado. Esta imagen del proceso de decisión ha sido tratado en la literatura desde un punto de vista muy general como un modelo de camino al azar o como un proceso parcialmente representable por una red neuronal.

Nosotros hemos partido de un resultado fenomenológico que incorpora efectos observados en los TRs que dependen tanto de la distancia los códigos de cada par de estímulos, como de parámetros relacionados con los extremos del intervalo de estímulos.

La descripción de los TRs a partir de la ec.(1) y (2), nos permitió reinterpretar y generalizar el resultado fenomenológico en términos de una red neuronal que tiene aspectos similares a los modelos teóricos previos.

Lo particular del modelo se puede visualizar en tres puntos:

El acumulador posee una retroalimentación positiva con un λ mayor que la unidad de forma tal que se obtiene la forma funcional logarítmica del DM.

Los valores de los umbrales dependen de los códigos lo que rompe la simetría del efecto de distancia.

La no linealidad de los códigos permite interpretar de una manera clara las distintas configuraciones experimentales.

La red ha sido testeada con mediciones de TRs obtenidos bajo diferentes condiciones experimentales. En todos los casos los resultados obtenidos son comparables o mejores que los reportados, por los respectivos autores, en los modelos usados para sus trabajos originales.

Referencias

1. R.S. Moyer, T.K. Landauer, *Nature*, **215**, 1519-1520, (1967).
2. W.P. Banks, M. Fujii, F. Kayra-Stuart, *Journal of Experimental Psychology*, **2** (3), 435-447, (1976).
3. S. Dehaene, *Perception and Psychophysics*, **45**, (6), 557-566, (1989).

4. S.W. Link, *Journal of Mathematical Psychology*, **34**, 2-41, (1990).
5. C. Leth-Steensen, A.A.J. Marley, *Psychological Review*, **107** (1), 62-100, (2000).
6. J. Codnia, A. Sartarelli, A. Saal, E. Izquierdo, C. El Hasi, R. Page. *Anales AFA*, **12**, 188-192, (2000).
7. D.G.Jamieson, W. M. Petrusic, *Perception and Psychophysics*, **8**, 373-378, (1975).