

# TRANSICIONES DE FASE CUÁNTICAS EN GASES DE ELECTRONES BIDIMENSIONALES ACOPLADOS

H. D. HERCE\* Y C. R. PROETTO  
 Comisión Nacional de Energía Atómica  
 Centro Atómico Bariloche y Instituto Balseiro  
 8400 Bariloche, Argentina

Se han estudiado los posibles estados fundamentales de un sistema formado por tres gases de electrones bidimensionales acoplados por la interacción coulombiana, en el límite de cero tunneling entre láminas o gases bidimensionales. Se han encontrado seis configuraciones electrónicas diferentes en el espacio de parámetros definido por la densidad total y la distancia entre placas, con la configuración de menor densidad presentando coherencia espontánea entre láminas.

The ground state electronic configurations of a sistem of three bidimensional electron gases, coupled by the exchange interaction, has been determined in the limit of zero tunneling among layers. Depending on the total density and the distance among layers, six different ground states are possible, with the one at the lowest density presenting spontaneous interlayer coherence.

## I. INTRODUCCIÓN

Los gases de electrones cuasi-bidimensionales han recibido una creciente atención en la última década por parte de los investigadores en física del estado sólido, tanto por sus inmediatas aplicaciones tecnológicas, como por sus ventajas únicas para la investigación básica<sup>1</sup>. En este último contexto, estos gases de electrones pueden ser llevados con relativa facilidad a un régimen donde las interacciones coulombianas entre los electrones son más importantes que los efectos de una partícula (por ejemplo, la energía cinética). Una posibilidad para alcanzar este régimen de interacciones fuertes, no considerada en este trabajo, es aplicar un campo magnético importante ( $\sim$  varios Teslas) en la dirección perpendicular al plano donde reside el gas de electrones bidimensional. La otra posibilidad, analizada en este trabajo, es disminuir la densidad del gas de electrones.<sup>2</sup> En este régimen, el estado fundamental del sistema es aquel que minimiza su energía potencial, y es aquí donde pueden encontrarse configuraciones electrónicas altamente no triviales. Particularmente atractivos para estos estudios son las configuraciones de varios gases electrónicos acoplados, como son por ejemplo los sistemas formados por dos o tres láminas metálicas.<sup>3</sup> Sin embargo, mientras que para los sistemas formados por dos láminas metálicas acopladas existe abundante literatura,<sup>4,5</sup> muy poco se conoce sobre las propiedades de sistemas de tres láminas, que son el objeto de la presente contribución.<sup>6,7</sup>

Una realización práctica de un sistema de este tipo podrían ser tres pozos cuánticos semiconductores de  $GaAs$  separados por barreras de potencial de  $Al_xGa_{1-x}As$ . Las técnicas modernas para crecimiento epitaxial de estas heteroestructuras permiten controlar la distancia entre pozos, y la densidad electrónica total. Para esto último, las muestras pueden ser dopadas con impurezas donoras a ambos lados de la zona central donde están los tres pozos cuánticos, o ser sometidas a campos eléctricos en

la dirección  $z$ . Es importante resaltar que los electrones que forman los gases de electrones en cada uno de los pozos son libres para moverse en el plano  $x - y$ , pero están confinados en la dirección  $z$ . El grado de confinamiento depende de la altura de las barreras y la distancia entre pozos; para altura de barreras típicas ( $\sim 300$  meV), se logra confinamiento total (cero "tunneling") para distancia entre pozos de 100 Å o más. La interacción coulombiana entre electrones en el mismo pozo (intra) o pozos diferentes (inter) puede ser, sin embargo, de mucho mayor alcance.

## II. MODELO, RESULTADOS, Y DISCUSIÓN

El sistema en particular que deseamos estudiar está constituido por tres láminas o placas metálicas representando los tres gases de electrones bidimensionales, cargadas negativamente y ubicadas a una distancia 0 y  $\pm d$  según el eje  $z$ , y otras dos láminas con una densidad de carga uniforme (estática y positiva) a derecha e izquierda de las láminas centrales, a distancias  $\pm h$  ( $h > d$ ). El rol esencial de estas dos láminas positivas es mantener la neutralidad eléctrica del sistema. Suponiendo que el sistema electrónico corresponde a electrones en el fondo de la banda de conducción de  $GaAs$ , y empleando la aproximación de la masa efectiva, partimos del siguiente hamiltoniano de partículas interactuantes,<sup>5,8</sup>

$$\begin{aligned} \mathcal{H} = & \sum_{j\mathbf{k}s} \epsilon_{\mathbf{k}} c_{j\mathbf{k}s}^\dagger c_{j\mathbf{k}s} - t \sum_{j_1 j_2 \mathbf{k} s} (c_{j_1 \mathbf{k} s}^\dagger c_{j_2 \mathbf{k} s} + c_{j_2 \mathbf{k} s}^\dagger c_{j_1 \mathbf{k} s}) \quad (1) \\ & - \sum_{j\mathbf{k}s} \sum_{\alpha} V_{j\alpha}(q=0) p_{\alpha} c_{j\mathbf{k}s}^\dagger c_{j\mathbf{k}s} \\ & + \frac{L_x L_y}{2} \sum_{\alpha\beta} V_{\alpha\beta}(q=0) p_{\alpha} p_{\beta} \\ & + \frac{1}{2L_x L_y} \sum_{\mathbf{q}} \sum_{j_1 \mathbf{k}_1 s_1} \sum_{j_2 \mathbf{k}_2 s_2} V_{j_1 j_2}(\mathbf{q}) \end{aligned}$$

$$\times c_{j_1 \mathbf{k}_1 + \mathbf{q} s_1}^\dagger c_{j_2 \mathbf{k}_2 - \mathbf{q} s_2}^\dagger c_{j_2 \mathbf{k}_2 s_2} c_{j_1 \mathbf{k}_1 s_1}.$$

En esta ecuación,  $c_{j \mathbf{k} s}^\dagger$  ( $c_{j \mathbf{k} s}$ ) representa un operador de creación (destrucción) de un electrón en la lámina  $j$  ( $j = 1, 2, 3$ ), con impulso  $\mathbf{k}$  y espín  $s$  ( $\uparrow$  o  $\downarrow$ ). El hamiltoniano presenta cinco términos, cada uno de ellos representando diferentes procesos físicos. El primero corresponde a la energía cinética de los electrones en cada una de las láminas, con  $\epsilon_k = \hbar^2 k^2 / 2m^*$  ( $m^*$  es la masa efectiva del semiconductor en cuestión). El segundo representa el "tunneling" cuántico de electrones entre diferentes láminas, con una amplitud de salto ("hopping") parametrizada por  $t$ . Los tres últimos términos corresponden respectivamente, a la interacción ión-electrón, ión-ión, y electrón-electrón.  $p_\alpha$  ( $\alpha = F, B$ ) corresponde a la densidad de carga positiva de las dos láminas ubicadas a derecha e izquierda del pozo triple; el sistema satisface una condición de neutralidad global,  $N = n_1 + n_2 + n_3 = p_B + p_F$ , donde  $N$  representa la densidad de carga total (negativa o positiva) y  $n_j$  ( $j = 1, 2, 3$ ) son las densidades electrónicas de cada una de las tres láminas electrónicas. Por último  $V_{ij}(q) = \frac{2\pi e^2}{\epsilon q} e^{-q d_{ij}}$ , con  $d_{ij} = 0, \pm d, \pm h$ ;  $\epsilon$  es la constante dieléctrica del semiconductor en cuestión ( $\sim 10$  para *GaAs*).

Para tratar el problema de muchos cuerpos representado por el quinto término, resulta conveniente realizar una transformación canónica del hamiltoniano,<sup>9</sup> según las siguientes ecuaciones,

$$\begin{aligned} a_{\mathbf{k} s}^\dagger &= \cos^2\left(\frac{\theta}{2}\right) e^{-i\phi} c_{1\mathbf{k} s}^\dagger + \sqrt{2} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) c_{2\mathbf{k} s}^\dagger \\ &\quad + \sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right) e^{i\phi} c_{3\mathbf{k} s}^\dagger, \\ b_{\mathbf{k} s}^\dagger &= -\frac{1}{\sqrt{2}} \sin(\theta) e^{-i\phi} c_{1\mathbf{k} s}^\dagger + \cos(\theta) c_{2\mathbf{k} s}^\dagger \\ &\quad + \frac{1}{\sqrt{2}} \sin(\theta) e^{i\phi} c_{3\mathbf{k} s}^\dagger, \\ c_{\mathbf{k} s}^\dagger &= \sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right) e^{-i\phi} c_{1\mathbf{k} s}^\dagger - \sqrt{2} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) c_{2\mathbf{k} s}^\dagger \\ &\quad + \cos^2\left(\frac{\theta}{2}\right) e^{i\phi} c_{3\mathbf{k} s}^\dagger. \end{aligned} \quad (2)$$

Esta transformación canónica tiene la siguiente interpretación: los índices de lámina  $j$  ( $= 1, 2, 3$ ) pueden considerarse en forma equivalente como las tres componentes de un pseudo-espín con modulo o pseudo-espín total igual a la unidad (tripleto). En el lenguaje de pseudo-espines, un electrón localizado en las láminas 1, 2, o 3 corresponde a que la componente según  $z$  del pseudo-espín tenga valores  $+1, 0$ , y  $-1$ , respectivamente. Esto correspondería al caso  $\phi = \theta = 0$  en la Ec. 2. Ahora bien, una vez que el problema ha sido planteado en términos de pseudo-espines surge en forma natural la pregunta sobre en qué dirección en el espacio de pseudo-espines debe apuntar el vector pseudo-espín total. La transformación canónica representada por la Ec. 2 es simplemente entonces la rotación mas general posible en este espacio de Hilbert tridimensional de pseudo-espín, parametrizada por los ángulos  $\theta$  y  $\phi$ . Estos dos ángulos pueden ser considerados como parámetros variacionales, a ser determinados a posteriori via una minimización de la energía total del sistema. Para  $\phi = \theta = 0$ , la base representada por los

operadores  $a_{\mathbf{k} s}^\dagger$ ,  $b_{\mathbf{k} s}^\dagger$  y  $c_{\mathbf{k} s}^\dagger$  coincide con la base representada por  $c_{1\mathbf{k} s}^\dagger$ ,  $c_{2\mathbf{k} s}^\dagger$  y  $c_{3\mathbf{k} s}^\dagger$ ; para  $\phi$ , pero particularmente para  $\theta \neq 0$ , los operadores de la izquierda representan estados donde los electrones poseen una probabilidad finita de estar en cualquiera de las tres láminas metálicas. Una vez que el Hamiltoniano ha sido reescrito en la base de operadores de pseudo-espín, se ha tratado al mismo en la aproximación de Hartree-Fock, reteniendo términos bilineales diagonales en el índice pseudo-espín. Se ha legado así a la siguiente expresión para la energía del estado fundamental, por unidad de área

$$\mathcal{E}_0 = \mathcal{E}_0^{cin} + \mathcal{E}_0^H + \mathcal{E}_0^{X-intra} + \mathcal{E}_0^X,$$

donde

$$\begin{aligned} \mathcal{E}_0^{cin} &= \frac{1}{v_0} \sum_{\alpha s} n_{\alpha s}^2, \\ \mathcal{E}_0^H &= -\frac{2\pi e^2 d}{\epsilon} \{n_b(n_a + n_c) + 2n_a n_c \\ &\quad + \sin^2 \theta [(n_a - n_c)^2 + 2n_b^2 - n_b(n_a + n_c)] / 2 \\ &\quad - \sin^4 \theta (N - 3n_b^2)^2 / 8\}, \\ \mathcal{E}_0^{X-intra} &= -\frac{1}{2L_x L_y} \sum_{\mathbf{q} s} V_{11} (I_{aas} + I_{ccs} + I_{bbs}), \\ \mathcal{E}_0^X &= \frac{-\sin^2 \theta}{2L_x L_y} \sum_{\mathbf{q} s} (V_{12} - V_{11}) (I_{aas} + 2I_{bbs} + I_{ccs} - 2I_{abs} - 2I_{cbs}) \\ &\quad - \frac{\sin^4 \theta}{2L_x L_y} \sum_{\mathbf{q} s} \left[ \frac{1}{4} (V_{13} - V_{11}) - V_{12} + V_{11} \right] \times \\ &\quad (I_{aas} + 4I_{bbs} + I_{ccs} + 2I_{accs} - 4I_{abs} - 4I_{cbs}) / 2. \end{aligned} \quad (3)$$

En la expresión anterior,  $n_\alpha = \sum_s n_{\alpha s}$ ,  $n_{\alpha s} = \sum_{\mathbf{k} s} (\alpha_{\mathbf{k} s}^\dagger \alpha_{\mathbf{k} s}) / L_x L_y$ ,  $v_0 = m^* / \pi \hbar^2$ ,  $d$  es la distancia desde la lámina central hacia las dos láminas laterales, supuestas equidistantes, y

$$I_{\alpha\beta s}(q) \equiv \frac{1}{L_x L_y} \sum_{\mathbf{K}} \Theta(k_{\alpha s} - |\mathbf{K} + \mathbf{q}/2|) \times \Theta(k_{\beta s} - |\mathbf{K} - \mathbf{q}/2|), \quad (4)$$

donde  $k_{\alpha s}$  corresponde al vector de onda de Fermi del pseudo-espín  $\alpha$  ( $\alpha = a, b, c$ ), espín  $s$  y  $\Theta(x)$  es la función escalón de Heaviside. La Ec. (3) es el resultado clave de este trabajo, y en el espacio remanente analizaremos sus consecuencias. La función  $\mathcal{E}_0$  depende en principio de ocho variables: las seis densidades  $n_{\alpha s}$ , y los ángulos  $\phi$  y  $\theta$ . Sin embargo, en ausencia de tunneling  $\mathcal{E}_0$  es independiente de  $\phi$ , y además la condición de neutralidad nos permite eliminar una de las densidades. En estas condiciones, se ha minimizado la energía  $\mathcal{E}_0$  con respecto a seis variables, construyendo así un diagrama de fases en el plano  $r_s, d$  que se muestra en la Fig.1.

Empleando una combinación de técnicas analíticas y numéricas, se ha determinado que el sistema presenta seis estados fundamentales caracterizados según sus ocupaciones  $n_{\alpha s}$  y el valor de  $\theta$ :

i) F1:  $n_{a\uparrow} = n_{a\downarrow} = n_{c\uparrow} = n_{c\downarrow} = 0$ ,  $n_{b\uparrow} = N$ ,  $n_{b\downarrow} = 0$ ,  $\theta = \pi/2$ . En el límite  $r_s \gg 1$  de bajas densidades, predomina el término de intercambio, que se maximiza

(en valor absoluto) colocando a todos los electrones con el mismo valor de pseudo-espín ( $\alpha = b$ ) y de espín ( $\uparrow$  o  $\downarrow$ ).

ii) *F2*:  $n_{a\uparrow} = n_{c\uparrow} = N/2$ ,  $n_{a\downarrow} = n_{b\uparrow} = n_{b\downarrow} = n_{c\downarrow} = 0$ ,  $\theta = 0$ . Al aumentar la densidad, el sistema minimiza su energía perdiendo su polarización en pseudo-espín, pero manteniendo su polarización en espín.

iii) *F3*:  $n_{a\uparrow} = n_{a\downarrow} > n_{c\uparrow} \neq 0$ ,  $n_{b\uparrow} = n_{b\downarrow} = n_{c\downarrow} = 0$ ,  $\theta = 0$ . Continuando con el proceso de aumentar la densidad electrónica, el sistema prefiere una configuración híbrida paramagnética - ferromagnética en sus dos láminas laterales, manteniendo vacía la lámina central.

iv) *F4*:  $n_{a\uparrow} = n_{a\downarrow} = n_{c\uparrow} = n_{c\downarrow} = N/4$ ,  $n_{b\uparrow} = n_{b\downarrow} = 0$ ,  $\theta = 0$ . El sistema adopta una configuración paramagnética en sus dos láminas laterales.

v) *F5*:  $n_{a\uparrow} = n_{a\downarrow} = n_{c\uparrow} = n_{c\downarrow} > n_{b\uparrow} \neq 0$ ,  $n_{b\downarrow} = 0$ ,  $\theta = 0$ . Comienza a ocuparse la lámina central, en una configuración ferromagnética.

vi) *F6*:  $n_{a\uparrow} = n_{a\downarrow} = n_{c\uparrow} = n_{c\downarrow} > n_{b\uparrow} = n_{b\downarrow} > 0$ ,  $\theta = 0$ . La lámina central se ocupa en forma paramagnética, aunque manteniendo una ocupación menor que las dos láminas laterales.

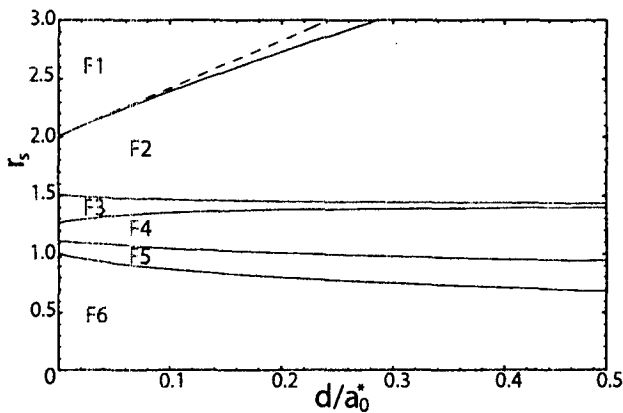


FIG. 1. : Diagrama de fases en el espacio  $r_s, d$ , con  $r_s = 1/a_0^* \sqrt{\pi N}$ ,  $a_0^* = \epsilon \hbar^2 / m^* e^2$  representando el radio de Bohr efectivo ( $\sim 100 \text{ \AA}$  para GaAs). Una densidad típica de  $N = 10^{11} / \text{cm}^2$  corresponde a un  $r_s \simeq 1.8$ . La línea de trazos corresponde a un cálculo donde se ha tomado  $\phi = \theta = 0$ . La explicación de las configuraciones F1-F6 se da en el texto.

Uno de los resultados más interesantes de este trabajo consiste en la existencia de la configuración *F1*, con  $\theta = \pi/2$ . La condición precisa de esta situación es que  $\langle c_{j_1, \mathbf{k}s}^\dagger c_{j_2, \mathbf{k}s} \rangle \neq 0$ , con  $j_1 \neq j_2$ , aun en ausencia de tunneling. En palabras, esto significa que aunque el tunneling es nulo, el sistema prefiere una configuración donde los electrones no están localizados en ninguna placa en particular, para optimizar la disminución de su energía de intercambio. Esta situación ha sido denominada como Coherencia Espontánea entre Láminas, y es un efecto puramente cuántico. Más allá de estos resultados numéricos, el diagrama de fases obtenido también ad-

mite una explicación cualitativa. Por ejemplo, la fase de bajas densidades se estabiliza por la interacción de intercambio intra-lámina, que presenta la menor potencia en función de la densidad por componente ( $n_{\alpha s}^{3/2}$ ).<sup>10</sup> Al aumentar la densidad, comienzan a cobrar importancia los términos asociados a la energía cinética y la energía de Hartree. El primero depende en la forma cuadrática de las densidades de cada una de las componentes ( $n_{\alpha s}^2$ ), y se minimiza con una distribución idéntica para cada una de las componentes. El término de Hartree también presenta una dependencia cuadrática, pero con respecto a las densidades por pseudo-espín ( $n_{\alpha}^2$ ), independientemente del valor del espín. Se minimiza colocando a todos los electrones con pseudo-espín  $\alpha = b$ ,  $\theta = \pi/2$  o colocando mitad de los electrones con pseudo-espín  $\alpha = a$ , la otra mitad con pseudo-espín  $\alpha = c$  y  $\theta = 0$ . En base a estas consideraciones cualitativas es posible entender todas las transiciones encontradas. Por ejemplo, la transición *F1*  $\rightarrow$  *F2* es el resultado de que al aumentar la densidad la energía cinética tiende a ocupar el mayor número de componentes posibles, compatibles con la energía de Hartree.

Como un ejemplo más concreto de estas consideraciones, mostraremos ahora cómo pueden obtenerse soluciones analíticas en ciertos casos límites.

a)  $d = 0$ . El colapso de las tres láminas en el mismo lugar del espacio simplifica notablemente la expresión para  $\epsilon_0$ , que se reduce a

$$\epsilon_0 (d = 0) = \sum_{\alpha s} \left( \frac{n_{\alpha s}^2}{\nu_0} - \frac{8e^2}{3\sqrt{\pi}\epsilon} n_{\alpha s}^{3/2} \right). \quad (5)$$

Siguiendo el análisis de la Ref. 5, puede demostrarse que para  $d = 0$ , si hay  $p$  componentes con ocupación no nula, las mismas están igualmente ocupadas, y además que la densidad crítica a la cual se produce la transición de una configuración con  $p$  componentes ocupadas a otra con  $p + 1$  componentes ocupadas viene dada por  $r_s^{(0)}(p, p + 1) = 3\pi(1/\sqrt{p} + 1/\sqrt{p+1})/8$ . De aquí obtenemos fácilmente  $r_s^{(0)}(1, 2) \simeq 2.011$ ,  $r_s^{(0)}(2, 3) \simeq 1.513$ ,  $r_s^{(0)}(3, 4) \simeq 1.269$ ,  $r_s^{(0)}(4, 5) \simeq 1.116$ ,  $r_s^{(0)}(5, 6) \simeq 1.008$ . Es inmediato chequear que las transiciones obtenidas para  $d = 0$  en la Fig. 1 coinciden exactamente con estos valores analíticos.

b)  $d \rightarrow \infty$ . El límite opuesto de láminas infinitamente alejadas también es sencillo de analizar. En este caso, la dependencia lineal con  $d$  que presenta la energía de Hartree la convierte en el término dominante,

$$\epsilon_0 (d \rightarrow \infty) \rightarrow -\frac{2\pi e^2 d}{\epsilon} \{ n_b (n_a + n_c) + 2n_a n_c + \sin^2 \theta [(n_a - n_c)^2 + 2n_b^2 - n_b(n_a + n_c)] / 2 - \sin^4 \theta [(n_a + n_c)^2 + 4n_b^2 - 4n_b(n_a + n_c)] / 8 \}. \quad (6)$$

Para  $\theta = 0$ , la minimización de  $\epsilon_0 (d \rightarrow \infty)$  con respecto a  $n_a$  y  $n_c$  ( $n_b$  puede eliminarse recordando que  $n_b = N - n_a - n_c$ ) produce  $n_a = n_c = N/2$ ,  $n_b = 0$ . El valor de la energía de Hartree en este mínimo es  $-\pi e^2 d N^2 / \epsilon$

.Si por el contrario suponemos  $\theta = \pi/2$ , una nueva minimización produce  $n_a = n_c = 0$ ,  $n_b = N$ ; la energía de esta configuración es nuevamente  $-\pi e^2 d N^2 / \epsilon$ . Puesto que en el límite  $d \rightarrow \infty$  las configuraciones  $F1$  y  $F2$  son degeneradas, la frontera entre ambas configuraciones debe ser una línea horizontal en la Fig. 1. Mientras que no es obvio que esto ocurra de los resultados que allí se muestran, hemos chequeado que incrementando  $d$  ( $d \sim 100$  nm) esto sucede. El mismo análisis demuestra que para  $d \rightarrow \infty$  la energía de Hartree de las configuraciones  $F2$  y  $F4$  son degeneradas entre sí, de manera que su frontera debe ser también una línea horizontal, como puede observarse en la Fig. 1.

c)  $r_s \rightarrow 0$ . El límite de densidades altas también admite una solución analítica no-trivial. Este es un límite esencialmente no-interactuante, donde los únicos términos que sobreviven de la Ec. (3) son la energía cinética y de Hartree, merced a su dependencia cuadrática en la densidad. Así,

$$\mathcal{E}_0(r_s \rightarrow 0) \rightarrow \sum_{\alpha s} \frac{n_{\alpha s}^2}{\nu_0} - \frac{2\pi e^2 d}{\epsilon} [n_b(n_a + n_c) + 2n_a n_c]. \quad (7)$$

En base a lo determinado en la Fig. 1 en el límite de altas densidades, la configuración  $F6$  corresponde a  $n_1 = n_3 = N(1 + \zeta/2)/3$ ,  $n_2 = N(1 - \zeta)/3$ , con  $\zeta$  un parámetro a determinar. Reemplazando estas ocupaciones en la Ec. (7), y minimizando con respecto a  $\zeta$ , obtenemos

$$\zeta_{min}(d) = \left(1 + \frac{3a_0^*}{4d}\right)^{-1}. \quad (8)$$

Por ejemplo,  $\zeta_{min}(d \rightarrow \infty) \rightarrow 1$ , de manera que cuando las placas están muy alejadas,  $n_1 = n_3 \rightarrow N/2$ ,  $n_2 \rightarrow 0$ . En forma análoga,  $\zeta_{min}(d \rightarrow 0) \rightarrow 0$ , de manera que aquí  $n_1, n_2, n_3 \rightarrow N/3$ . Este resultado es coincidente con el resultado encontrado mas arriba para  $d = 0$ .

### III. CONCLUSIONES

Se han analizado los posibles estados fundamentales de tres gases de electrones bidimensionales acoplados, en una aproximación tipo Hartree-Fock, en ausencia de tunneling entre placas. Se ha construído un diagrama de fases en el espacio de parámetros densidad total vs distancia entre pozos, que se pueden controlar con facilidad en la configuración experimental típica. El diagrama de fases presenta seis estados fundamentales diferentes, desde un estado con un solo estado de pseudo-espín y de espín ocupado, a bajas densidades, hasta un estado con los tres estados de pseudo-espín y los dos estados de espín ocupados, a altas densidades. La fase de bajas densidades presenta coherencia espontánea entre láminas, aún en ausencia de tunneling. Este es un efecto puramente cuántico, con origen en la interacción de intercambio entre láminas.

\* Becario F.O.M.E.C., e-mail:herce@ib.cnea.gov.ar.

<sup>1</sup> G. Bastard, en *Wave Mechanics applied to Semiconductor Heterostructures* (Les Editions de Physique, Les Ulis, 1988).

<sup>2</sup> F. Bloch, *Z. Phys.* **57**, 545 (1929).

<sup>3</sup> Ver por ejemplo el artículo de J. P. Eisenstein en *Perspectives in Quantum Hall Effects* (Wiley, New York, 1997), editado por Das Sarma y Pinczuk, y referencias adicionales en el mismo.

<sup>4</sup> L. Zheng, M. W. Ortalano, y S. Das Sarma, *Phys. Rev. B* **55**, 4506 (1997); F. A. Reboredo y C. R. Proetto, *Phys. Rev. B* **58**, 7450 (1997); S. Das Sarma, M. W. Ortalano, y Lian Zheng, *Phys. Rev. B* **58**, 7453 (1998).

<sup>5</sup> C. B. Hanna, D. Haas, y J. C. Díaz-Vélez (condmat/0003109).

<sup>6</sup> S. P. Shukla, Y. Wh. Suen, y M. Shayegan, *Phys. Rev. Lett.* **81**, 693 (1998).

<sup>7</sup> C. R. Proetto, *Phys. Rev. Lett.* **82**, 3723 (1999).

<sup>8</sup> M. Combescot, *Phys. Stat. Sol. (b)* **185**, 367 (1994).

<sup>9</sup> Debe destacarse que esta transformación canónica es exacta, en el sentido que el hamiltoniano escrito en la base de las láminas es completamente equivalente al hamiltoniano escrito en la base de pseudo-espines. Sin embargo, esta última versión del hamiltoniano es la más adecuada para realizar la aproximación de Hartree-Fock subsecuente.

<sup>10</sup> Se entiende por componente un valor particular de la combinación  $\alpha s$ ; puesto que hay tres valores posibles de  $\alpha$  y dos de  $s$ , el sistema posee seis componentes.