OBTENCIÓN DE LUZ CIRCULARMENTE POLARIZADA EN LA REFLEXIÓN TOTAL

Liliana I. Perez, María C. Simon, And Inés Díaz

Laboratorio de Óptica – Departamento de Física – Facultad de Ciencias Exactas y Naturales –
Universidad de Buenos Aires- CONICET
Av. Güiraldes S/N° - (1428) –Buenos Aires- Argentina
e-mail: lperez@df.uba.ar

A partir de las fórmulas de los coeficientes de reflexión para interfaces formadas por un medio isótropo y un cristal uniaxial con orientación arbitraria del eje óptico, se obtienen expresiones que permiten calcular en forma numérica los ángulos de incidencia y de polarización lineal de la onda incidente para los cuales la luz reflejada está circularmente polarizada. Se analizó en forma detallada la obtención de luz circularmente polarizada en el caso en que el eje óptico esté contenido en el plano de incidencia

Using the explicit formulas for the reflection coefficients in an interface formed by an isotropic medium and an uniaxial nonabsorbing crystal with arbitrary orientation of the optical axis, expressions to calculate numerically the angles of incidence and polarisation of the incident wave in order to obtain circularly polarised light are obtained. The obtention of circularly polarised light in the case of optical axis in the plane of incidence was analised in detail.

I. INTRODUCCIÓN

Los fenómenos de refracción y reflexión en la interfaz que separa un medio isótropo de uno birrefringente han sido ampliamente estudiados[1] [2] [3] [4] [5]. Se han calculado los coeficientes de reflexión[6] [7] [8] y se han estudiado las propiedades generales de las ondas reflejada y refractadas para el caso de reflexión total [9] [10]. Es bien sabido, entonces que cuando luz linealmente polarizada incide sobre la superficie de separación entre un medio isótropo y un cristal uniaxial no absorbentes, la luz reflejada estará en general elípticamente polarizada. La excentricidad y orientación de la elipse de polarización ha sido estudiada en un trabajo previo: dependen de las características de los medios, de la dirección de polarización de la onda incidente y del ángulo de incidencia[11].

En este trabajo primero analizamos la posibilidad de obtener luz reflejada circularmente polarizada para una orientación totalmente arbitraria del eje óptico respecto de la interfaz y de la dirección de incidencia, y luego determinamos analítica y explícitamente las condiciones necesarias para que la luz reflejada esté circularmente polarizada, cuando el eje óptico está contenido en el plano de incidencia, pero formando cualquier ángulo con la interfaz. Comparamos también con los resultados obtenidos para una interfaz formada por dos medios isótropos.

Consideraremos que el medio desde el cual incide la luz tiene índice de refracción n y que la luz incidente está linealmente polarizada formando un ángulo γ con el plano de incidencia, es decir

$$tg\gamma = \frac{|\mathbf{\bar{E}}_s|}{|\mathbf{\bar{E}}_p|} \qquad , \qquad (1)$$

donde $\vec{E}_s$ y $\vec{E}_p$ corresponden a los campos eléctricos perpendicular y paralelo al plano de incidencia de la onda plana incidente. El segundo medio está caracterizado por índices de refracción principales n_o y n_e, y por el eje óptico z_3 formando un ángulo ϑ con la interfaz (Fig.1).

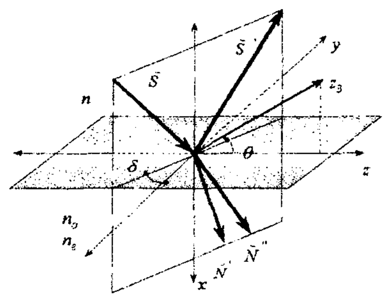

Figura.1: Sistema de coordenadas y normales a los frentes de onda. El ángulo δ determina el plano de incidencia y ϑ la dirección del eje óptico.

En forma general, si el campo asociado a una onda incidente es $\vec{E}$ y tiene componentes E_s y E_p, las componentes del campo correspondiente a la onda reflejada estarán dadas por

$$\begin{pmatrix} E_p^* \\ E_s^* \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} R_{pp} & R_{sp} \\ R_{ps} & R_{ss} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_p \\ E_s \end{pmatrix} \quad , \qquad (2)$$

donde las expresiones explícitas de los elementos de la matriz de reflexión pueden ser encontradas en la Ref.(7).

Reemplazando (1) en (2) se obtiene

$$\frac{E_p^*}{E_s^*} = \frac{R_{pp} + R_{sp} tg\,\gamma}{R_{ps} + R_{ss} tg\,\gamma} \quad . \qquad (3)$$

Como es bien sabido, una onda de luz está circularmente polarizada cuando las componentes ortogonales del campo tienen el mismo módulo y están desfasadas en $\pi/2$, es decir

$$\frac{E_p^*}{E_s^*} = e^{\pm i\pi/2} \quad . \qquad (4)$$

Como se ha demostrado en un trabajo anterior[12], si los dos medios son isótropos, es condición necesaria que la relación entre los índices de los medios sea mayor que 2.41, un índice de por sí muy alto (correspondiente al diamante). Veamos, entonces, qué condiciones se deben cumplir si el segundo medio es anisótropo.

II. OBTENCIÓN DE LUZ CIRCULARMENTE POLARIZADA

Caso general

Si consideramos que incide una onda plana linealmente polarizada contenida en cualquier plano de incidencia y con cualquier dirección del eje óptico, en general existen dos situaciones bien diferenciadas en el que la luz reflejada puede estar circularmente polarizada :

1. Ángulos de incidencia mayores que α'_T y que α''_T ,
2. Ángulos de incidencia comprendidos entre α'_T y α''_T , donde α'_T y α''_T corresponden a los ángulos de reflexión total ordinaria y extraordinaria, respectivamente[13].

En el primer caso resulta $|R_{ps}| = |R_{sp}|$, $|R_{ss}| = |R_{pp}|$ y además $|R_{pp}|^2 + |R_{sp}|^2 = |R_{ss}|^2 + |R_{ps}|^2 = 1$[()]. Sin embargo, sólo cuando $|R_{ps}| = |R_{sp}| = 0$ la condición necesaria para que el módulo de E_p^* sea igual al de E_s^* es que la onda incidente esté polarizada a 45 grados.

En el segundo caso, el ángulo de reflexión total ordinaria puede ser mayor o menor que el de reflexión total extraordinaria, dependiendo de la birrefringencia negativa o positiva del cristal. Así se podría obtener luz circularmente polarizada si el ángulo de incidencia α es tal que $\alpha''_T < \alpha < \alpha'_T$ si el cristal es negativo, o $\alpha'_T < \alpha < \alpha''_T$ si es positivo. Como es bien sabido, cuando la polarización es circular, la excentricidad de la elipse de polarización es cero. A partir de las expresiones obtenidas en la Ref.(11) para la elipse de polarización, se obtienen condiciones de polarización circular o cercanas a ella (Fig.2). Para esta orientación del eje óptico (ϑ=45°) y plano de incidencia (δ=45°) se obtiene α_{CP}=69.58° y γ=82.50°. Este método tiene la desventaja de que es de prueba y error. Además el cero de excentricidad obtenido puede ser en realidad un número muy pequeño pero no nulo. Es conveniente entonces buscar un método más preciso para la determinación de las condiciones de polarización circular.

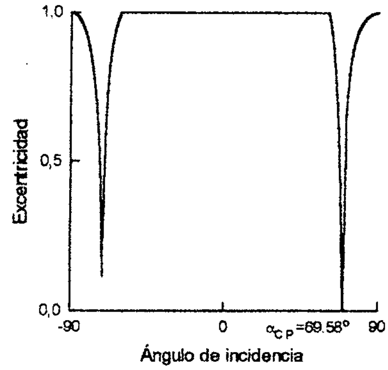

Figura.2: Excentricidad de la elipse de polarización en función del ángulo de incidencia para n=1.755, n_o=1.6584, n_e=1.4865 y δ=45°, ϑ=45°.

Efectivamente, a partir de (3) y (4) se obtiene que la luz reflejada estará circularmente polarizada si el ángulo de polarización es tal que

$$tg\,\gamma = \frac{-R_{ps} \pm i\,R_{pp}}{R_{ss} \mp i\,R_{sp}} \quad . \qquad (5)$$

Los coeficientes de reflexión toman valores complejos para ángulos de incidencia mayores que el menor de los ángulos de reflexión total[8]. Como planteamos que la polarización de la onda incidente es lineal, la parte imaginaria de $tg\gamma$ debe ser nula. Conocidos los índices de refracción y el ángulo ϑ, se pueden determinar entonces la dirección de incidencia y la polarización para los cuales la luz reflejada está circularmente polarizada. En la Fig.3 se grafican las partes reales e imaginarias de $tg\gamma$ para una interfaz vidrio- calcita con δ=45° y ϑ=45°. Así, de esta figura se

TABLA 1

α	γ
-71.061	-62.385
-71.061	79.178
-68.768	-80.810
-67.724	-68.620
65.689	45.523
69.586	82.496
71.061	65.640
71.061	-77.546

obtienen pares ángulo de incidencia- ángulo de polarización de la onda incidente que hacen que la onda reflejada esté circularmente polarizada (Tabla 1).

Como puede observarse comparando los resultados obtenidos a partir de la excentricidad con los valores de la Tabla I para el caso en que $\delta=45°$ y $\vartheta=45°$, los ángulos obtenidos por el primer método no difieren significativamente de los obtenidos por el segundo. Sin embargo a partir de este último se pueden determinar otros pares (α,γ) que cumplen con la condición de luz reflejada circularmente polarizada.

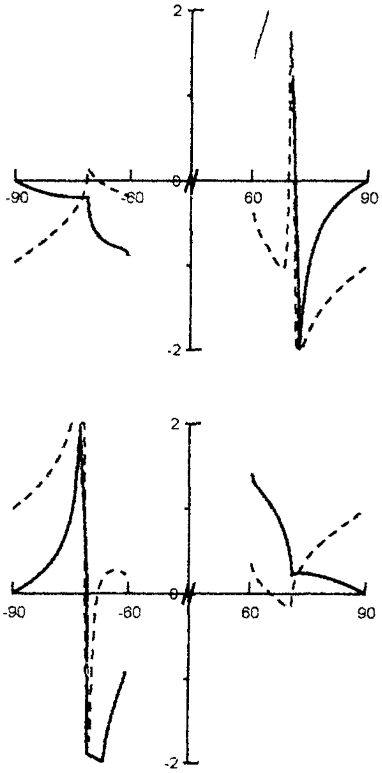

Figura 3: Valores reales (línea llena) e imaginarios (línea punteada) de ec.(5)

Caso particular

Para dar un ejemplo donde puede obtenerse luz reflejada con las características deseadas, consideraremos un caso de simetría donde los modos están separados: eje óptico en el plano de incidencia pero formando cualquier ángulo ϑ con la interfaz. Las expresiones de los ángulos de reflexión total ordinario y extraordinario resultan entonces:

$$sen\alpha'_T = \frac{n_o}{n} \quad , \qquad (6)$$

$$sen\alpha''_T = \frac{N_{oe}}{n} \quad , \qquad (7)$$

siendo $N_{oe}^2 = n_o^2(\breve{z}_3.\breve{x})^2 + n_e^2(\breve{z}_3.\breve{z})^2$.

Por otra parte, las expresiones de los coeficientes de reflexión se simplifican ya que la onda ordinaria está polarizada en el plano perpendicular al de incidencia y la extraordinaria en el paralelo. Los coeficientes de reflexión pueden ser reescritos para este caso particular en función de las componentes de los vectores número de onda y de las características de los medios.

A partir de las expresiones de los coeficientes de reflexión y de la ec. (3) se obtiene la relación entre las componentes ortogonales del campo reflejado en función de las características de los medios y del ángulo de incidencia (dado por la componentes paralela a la interfaz de los vectores número de onda incidente y refractados):

$$\frac{E_p^*}{E_s^*} = \frac{R_{pp}}{R_{ss}} \frac{1}{tg\,\gamma} \quad , \qquad (8)$$

siendo

$$R_{ss} = \frac{k_x + k'_x}{k_x - k'_x} \quad , \qquad (9)$$

y

$$R_{pp} = \frac{n^2 N_{oe}^2\, k''_x + n^2(n_e^2 - n_o^2)(\breve{z}.\breve{z}_3)(\breve{x}.\breve{z}_3)k_z - n_o^2 n_e^2 k_x}{n^2 N_{oe}^2\, k''_x + n^2(n_e^2 - n_o^2)(\breve{z}.\breve{z}_3)(\breve{x}.\breve{z}_3)k_z + n_o^2 n_e^2 k_x} \quad . \qquad (10)$$

Analizaremos ahora en detalle las distintas situaciones planteadas.

1. Ángulo de incidencia mayor que el de reflexión total ordinaria y extraordinaria

En este caso la componente perpendicular a la interfaz del vector número de onda ordinario k'_x es imaginaria pura y la extraordinaria k''_x compleja. De ec. (8) se obtiene que para que se cumpla la condición (4), la luz debe estar polarizada a 45 grados. Además, se obtiene que para que el desfasaje entre las componentes sea de $\pm\pi/2$, el ángulo de incidencia debe cumplir

$$\begin{aligned} &[n^2cos^2\alpha - n^2sen^2\alpha + n_o^2][n^2 n_o^2 n_e^2 cos^2\alpha - \\ &- n^4(n^2sen^2\alpha - N_{oe}^2)] + \qquad\qquad . (11) \\ &+ 4n^4 n_e n_o cos^2\alpha \sqrt{(n^2sen^2\alpha - n_o^2)[n^2sen^2\alpha - N_{oe}^2]} = 0 \end{aligned}$$

Esta ecuación no tiene solución analítica y, como era de esperar, la existencia de ceros de esta función queda determinada por las características de los medios y la dirección del eje óptico. Sin embargo, a partir de la ec.(11) pueden obtenerse los valores del ángulo ϑ que forma el eje óptico con la normal a la interfaz para los cuales el desfasaje puede llegar a ser $\pm\pi/2$. Estos valores se obtienen considerando que el α_{CP} corresponde al de reflexión total ordinaria α'_T en el caso de cristales positivos y al de reflexión total extraordinaria α''_T en el caso de negativos. Así, resulta que para cristales negativos, debe ser

$$sen\vartheta \geq \frac{n_o n_e}{n^2}\sqrt{\frac{n^2 - n_o^2}{n_o^2 - n_e^2}} \quad , \qquad (12)$$

y para cristales positivos

$$sen\vartheta \geq \sqrt{\frac{n^2 - n_o^2}{2(n_e^2 - n_o^2)}} \quad . \qquad (13)$$

De la ec.(12) se encuentra que para una interfaz medio isótropo- calcita existe un ángulo de incidencia para el cual la luz reflejada está circularmente polarizada cuando la dirección del eje óptico es tal que el ángulo con la interfaz es mayor que ϑ_n=38.7°; para ángulos menores no hay polarización circular. En cristales positivos (n_o=1.4865 y n_e=1.6584), de la ec.(13) habrá reflexión total para ambos rayos cuando el ángulo de incidencia sea mayor que α''_T (que varía con el ángulo ϑ). De la ec.(13) se obtiene que sólo para $\vartheta_p \geq$ 63.8° existe un ángulo α para el cual hay polarización circular.

*2. **Ángulo de incidencia comprendido entre los ángulos de reflexión total ordinaria y extraordinaria***

Cuando sólo uno de los rayos (extraordinario u ordinario) sufre reflexión total, se presentan dos casos en los cuales puede obtenerse luz circularmente polarizada, según sea el cristal negativo o positivo.

En el caso de cristal negativo se puede producir reflexión total del rayo extraordinario y reflexión y refracción del ordinario. Si el ángulo de incidencia α es mayor que el de reflexión total extraordinaria y menor que el de reflexión total ordinaria ($\alpha''_T < \alpha < \alpha'_T$) resulta k'_x real y k''_x complejo, y reemplazando la expresión de k''_x en (10) la relación entre las componentes del campo reflejado resulta

$$\frac{E_p^*}{E_s^*} = \frac{1}{tg\gamma}\frac{k_x + k'_x}{k_x - k'_x}\,\mathbf{exp}\left[i2\, arctg\left(-n^2 \frac{\sqrt{k_z^2 - \frac{\omega^2}{c^2}N_{oe}^2}}{n_o n_e k_x} \right)\right] . \qquad (14)$$

En consecuencia el ángulo de incidencia para el cual la polarización de la onda reflejada es circular, está dado por

$$sen^2\alpha_{CP} = \frac{n^2 N_{oe}^2 + n_o^2 n_e^2}{n^4 + n_o^2 n_e^2} \quad , \qquad (15)$$

que depende de ambos índices de refracción principales y de la dirección del eje óptico. Además, para ciertas orientaciones del eje óptico, no existe ningún ángulo de incidencia para el cual la luz reflejada resulte circularmente polarizada.

La condición de módulo unitario se cumple si el ángulo de polarización γ es tal que

$$tg\gamma = \frac{n^2\sqrt{n^2 - N_{oe}^2} + \sqrt{n^4(z_3.x)^2(n_o^2 - n_e^2) + n_o^2 n_e^2 (n_o^2 - n^2)}}{n^2\sqrt{n^2 - N_{oe}^2} - \sqrt{n^4(z_3.x)^2(n_o^2 - n_e^2) + n_o^2 n_e^2 (n_o^2 - n^2)}} ; \qquad (16)$$

que corresponde a ángulos mayores de 45° como era de esperar.

Si en cambio el cristal es positivo, cuando el ángulo de incidencia es mayor que el de reflexión total ordinaria y mayor que el de reflexión total extraordinaria ($\alpha'_T < \alpha < \alpha''_T$), k'_x es imaginario y R_{ss} complejo. Se obtiene

$$\frac{E_p^*}{E_s^*} = \frac{1}{tg\gamma}R_{pp}\,\mathbf{exp}\left[i2arctg\frac{\sqrt{k_z^2 - n_o^2\frac{\omega^2}{c^2}}}{k_x}\right] . \qquad (17)$$

La condición (4) conduce a que para que el rayo reflejado esté polarizado circularmente, el ángulo de incidencia debe cumplir

$$sen^2\alpha_{CP} = \frac{n_o^2 + n^2}{2n^2} \quad . \qquad (18)$$

Este ángulo es independiente de la constante principal extraordinaria y de la dirección del eje óptico, lo cual es coherente con el hecho de que el rayo que sufre reflexión total sea el ordinario.

Reemplazando la expresión de este ángulo de incidencia (18) en R_{pp} y reemplazando en la condición (4), resulta que para que el módulo sea unitario debe ser

$$tg\gamma = \frac{n^2\sqrt{2N_{oe}^2 - (n^2 + n_o^2)} - n_e n_o\sqrt{n^2 - n_o^2}}{n^2\sqrt{2N_{oe}^2 - (n^2 + n_o^2)} + n_e n_o\sqrt{n^2 - n_o^2}} \quad , \qquad (19)$$

que corresponde a ángulos de polarización γ menores que 45 grados, lo cual también era de esperar ya que E_s debe ser menor que E_p pues el rayo ordinario sufre reflexión total y el extraordinario reflexión y refracción. Análogamente a lo que ocurre para cristales negativos, a partir de la ec.(16) se puede obtener el mínimo ángulo ϑ para el cual la luz reflejada puede ser circularmente polarizada. Este ángulo corresponde a un ángulo de incidencia igual al de reflexión total extraordinaria y luz incidente polarizada a 45 grados respecto del plano de incidencia.

Como puede deducirse de las ecs.(14) y (17) y a semejanza de lo que ocurre en el caso en que se produzca reflexión total ordinaria y extraordinaria, la polarización de la onda reflejada será circular izquierda o derecha según el cristal sea positivo o negativo.

III. CONCLUSIONES

Cuando se produce el fenómeno de reflexión total en una interfaz entre un medio isótropo y un cristal uniaxial, es posible obtener luz circularmente polarizada. La condición de que las componentes perpendicular y paralela al plano de incidencia del campo eléctrico deban tener el mismo módulo y un desfasaje de $\pi/2$, conduce a expresiones que permiten calcular, para cada orientación del plano de incidencia y del eje óptico, el ángulo de incidencia y la polarización de la luz incidente para los cuales la luz reflejada está circularmente polarizada. Además, limitándonos al caso en que el eje óptico se encuentre en el plano de incidencia, encontramos que la luz reflejada puede estar circularmente polarizada en los siguientes casos: ángulo de incidencia mayor que el de reflexión total ordinaria y extraordinaria y luz incidente linealmente polarizada a 45 grados respecto del plano de incidencia; y ángulo de incidencia comprendido entre los de reflexión total ordinaria y extraordinaria, y luz incidente polarizada con un ángulo mayor (menor) que 45 grados para cristales negativos (positivos), resultando la luz reflejada circular derecha para cristales negativos y circular izquierda para positivos. La obtención de luz circular resulta entonces mucho más factible cuando el segundo medio es anisótropo, ya que con una dirección adecuada del eje óptico puede usarse un material accesible como la calcita.

Referencias

1 - M. C. Simon, Appl. Opt., **22**, 2, 354-360 (1983)

2 - M. C. Simon and R. M. Echarri, Appl. Opt., **25**, 2 1935-1939 (1986)

3 - J. D. Trolinger, R. A. Chipman and D. K. Wilson, Optical Engineering, **30**, 461 (1991)

4 - W. Q. Zhang, Appl. Opt., **31**, 7328-7331 (1992)

5 - Q. T. Liang , Appl. Opt., **29**, 1008-1010 (1990)

6 – M. C. Simon and L. I. Perez, J. Mod. Opt., **38**, 3, 503-518 (1991)

7 - M. C. Simon and D. Farías, J. Mod. Opt., **41**, 3, 413-429 (1994)

8 - L. I. Perez, Anales AFA, **5**, 224-228 (1993)

9 - M.C.Simon and L.I.Perez, Optik, **86**, 1, 18-22 (1990)

10 - M.C.Simon and L.I.Perez, , Optik, **95**, 2, 53-58 (1993)

11 - M. C. Simon, L. I. Perez and I. Díaz, Optik (en prensa)

12 – J. A. Stratton, in "Electromagnetic Theory", McGraw-Hill, New York (1941)

13 - M. C. Simon and L. I. Perez, Optik, **82**, 2, 37-42 (1989)

CEILAP
CITEFA CONICET
ZUFRIATEGUI Y VARELA
1603 VILLA MARTELLI
REPUBLICA ARGENTINA