

DEFORMACION PLASTICA LOCALIZADA EN LAS VECINDADES DE INCLUSIONES RIGIDO-ELASTICAS. COMPARACION ENTRE TECNICAS DE ELEMENTOS FINITOS Y UN METODO DE ESHELBY GENERALIZADO.

A. ROATTA, A. GASTÓN, M. MEDINA Y R.E. BOLMARO

INSTITUTO DE FÍSICA ROSARIO- CONICET-FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS, INGENIERÍA Y AGRIMENSURA.
UNIVERSIDAD NACIONAL DE ROSARIO, BV. 27 DE FEBRERO 210 BIS., 2000, ROSARIO, ARGENTINA.
e-mail: bolmaro@ifir.edu.ar

El estudio de materiales polifásicos tiene como sistemas modelos a los compuestos artificiales donde la distribución de fases está controlada composicional, geométrica y topológicamente. Las solicitaciones mecánicas y térmicas a que una celda elemental conteniendo a la inclusión puede ser sometida producen localización de tensiones y plastificaciones que, en una primera aproximación, permiten inferir, por simple superposición el comportamiento de una muestra macroscópica. El estudio de una inclusión rígido-elástica aislada en un material elasto-plástico puede abordarse por diversos métodos. Cuando existe simetría radial las tensiones, deformaciones, desplazamientos y energía asociadas a precipitados esféricos pueden calcularse mediante expresiones analíticas, mientras que para problemas de tracción y compresión o geometrías elipsoidales de partículas se requieren aproximaciones con técnicas matemáticas más elaboradas. En el análisis de la validez de diversos métodos de simulación la comparación entre ellos no se ha hecho cuantitativamente para un mismo caso. En la presente comunicación se presentan los resultados obtenidos por técnicas de elementos finitos (FEM) comparados con los calculados mediante una técnica de simulación basada en el modelo de Eshelby de la inclusión elástica. El modelo de Eshelby es extendido para incluir la posibilidad de relajación plástica de la matriz y la inhomogeneidad es resuelta por discretización del espacio de cálculo.

Desarrollo de la formulación de Eshelby

Como primer método se empleó una formulación integro-diferencial en desplazamientos debida a Johnson y Lee ¹ que contempla el problema de partículas de cualquier geometría y se somete al material a una deformación de transformación libre de tensiones constante o a un campo de tensiones elástico uniforme en el infinito. Tal formulación modificada para deformaciones y junto con un mejor criterio de convergencia se implementó computacionalmente para partículas elipsoidales bajo solicitaciones térmicas o mecánicas.

Se aplicó dicho cálculo a un compuesto de matriz de aluminio reforzado con carburo de silicio, material de interés básico y tecnológico. Tanto la matriz como las partículas son consideradas isotropas elástica y térmicamente, y una matriz plástica ideal.

Las leyes de Hooke para un material infinito V con constantes elásticas C_{ijkl} conteniendo una inclusión inhomogénea Ω de forma arbitraria caracterizada por C_{ijkl}^* son:

$$\Sigma_{ij} + \sigma_{ij} = C_{ijkl}^* (\epsilon_{kl}^o + \epsilon_{kl} - \epsilon_{kl}^{ne}) \quad \text{en } \Omega$$

$$\Sigma_{ij} + \sigma_{ij} = C_{ijkl} (\epsilon_{kl}^o + \epsilon_{kl} - \epsilon_{kl}^{ne}) \quad \text{en } V - \Omega$$

donde Σ es la tensión uniforme a la cual se somete el material, ϵ^{ne} es la deformación no elástica, ϵ^o es la deformación y ϵ es el desvío en deformación respecto a ϵ^o . La deformación no elástica es uniforme en la inclusión pero depende de la posición en la matriz debido a la presencia de un término de origen plástico.

Satisfaciendo equilibrio de tensiones y condiciones de borde en la interfase matriz-inclusión y mediante el formalismo de las funciones de Green elásticas $G_{ml}(\bar{x}-\bar{x}')$ se logra resolver los desvíos en deformación en todo el material.

$$\begin{aligned} \varepsilon_{mn}(\bar{x}) = & \frac{1}{2} \Delta C_{ijkl} \varepsilon_{ij}^o \int_{\Omega} (G_{ml,kn} + G_{nl,km}) dV' + \\ & + \frac{1}{2} \Delta C_{ijkl} \int_{\Omega} (G_{ml,kn} + G_{nl,km}) \varepsilon_{ij} dV' - \\ & - \frac{1}{2} C_{ijkl}^* \varepsilon_{ij}^{\Pi} \int_{\Omega} (G_{ml,kn} + G_{nl,km}) dV' + \\ & + \frac{1}{2} C_{ijkl} \varepsilon_{ij}^{\text{TM}} \int_{\Omega} (G_{ml,kn} + G_{nl,km}) dV' - \\ & - \frac{1}{2} C_{ijkl} \int_M (G_{ml,kn} + G_{nl,km}) \varepsilon_{ij}^{\text{pl}} dV' \end{aligned}$$

donde: $\Delta C = C^* - C$ $\varepsilon^{\text{ne}} = \varepsilon^{\Pi}$ en Ω y $\varepsilon^{\text{ne}} = \varepsilon^{\text{TM}} + \varepsilon^{\text{pl}}(\bar{x})$ en $V - \Omega$. La última ecuación es resuelta iterativa y autoconsistentemente dividiendo el espacio en celdas que dependen de la geometría de la inclusión y seleccionando criterios de fluencia y una ley plástica empírica que permite estimar ε^{pl} y la zona de matriz que plastifica, que son también incógnitas del problema junto con el desvío en deformación.

Para estimar las componentes de deformación plástica se emplea la relación de Prandtl-Reuss:

$$d\varepsilon_{ij}^{\text{pl}} = \frac{3}{2} \frac{d\varepsilon_{\text{eq}}^{\text{pl}}}{\sigma_{\text{eq}}} \sigma'_{ij}$$

donde σ'_{ij} es la tensión deviatoria. Se logra la convergencia cuando la tensión equivalente reproduce la ley plástica empírica supuesta para toda celda que plastifique, lo cual necesita un número típico de iteraciones de entre cuatro y veinte para satisfacer un error relativo de 1%.

Se modelizaron compuestos con partículas esféricas, fibras muy alargadas (relación de ejes 1:4) y discos aplastados (4:1) sometiendo al material a enfriamiento desde la temperatura de fabricación en la cual el compuesto de matriz metálica está libre de tensiones, a procesos de tracción o compresión y a procesos combinados.

En las figuras 1, 2, 3 y 4 se muestra la deformación plástica equivalente de Von Mises

en las tres geometrías para algunos valores y en la Tabla I las propiedades mecánicas y térmicas utilizadas en el cálculo.

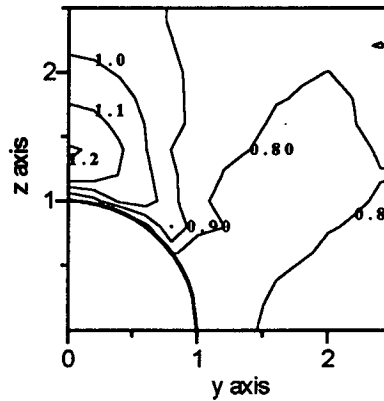


Fig. 1.- Deformación elástica equivalente para un $\sigma_{\text{apl}} = 0.65 \sigma_{\text{yield}}$ aplicado en tensión. No existe plastificación. (En unidades de 10^3).

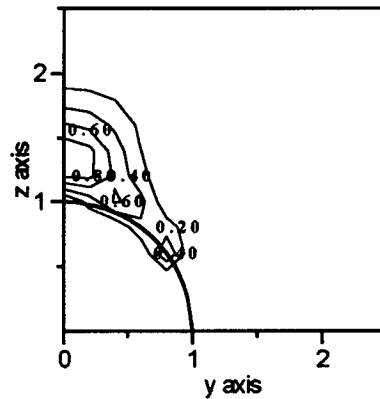


Fig. 2.- Deformación plástica equivalente para un $\sigma_{\text{apl}} = 0.90 \sigma_{\text{yield}}$ aplicado en tensión. El área sobre el eje z en la inmediata vecindad de la interfase matriz-partícula no plastifica. (En unidades de 10^3).

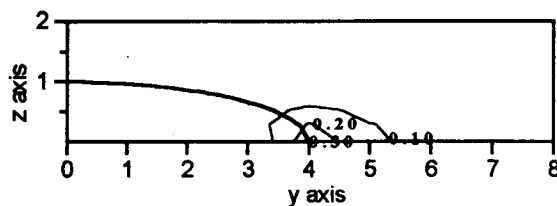


Fig. 3.- Deformación plástica equivalente para $\sigma_{\text{apl}} = 0.95 \sigma_{\text{yield}}$ en tracción con inclusión tipo disco. El área ubicada sobre el eje z no plastifica. La zona plástica se localiza en la dirección del eje y . (En unidades de 10^3).

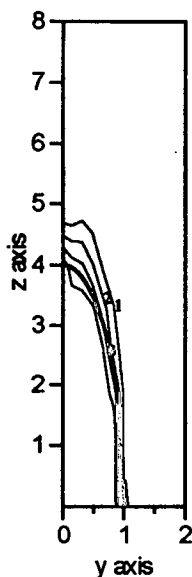


Fig. 4- Deformación plástica equivalente para $\sigma_{apl}=0.90 \sigma_{yield}$ aplicado en tensión con una inclusión tipo fibra. La plastificación se presenta más desarrollada en la dirección z pero se extiende también hacia el eje y. (En unidades de 10^{-3}).

TABLA I: CONSTANTES ELÁSTICAS, COEFICIENTES TÉRMICOS Y TENSIÓN DE FLUENCIA

Material	Al	SiC
ν	0.33	0.17
μ [GPa]	25.68	182.48
α [$^{\circ}\text{C}^{-1} \cdot 10^6$]	23.6	4.3
σ_y [MPa]	97.0	

Simulación por FEM

El cálculo de las tensiones y deformaciones por FEM fue llevado a cabo con el programa

ALGOR, suponiendo comportamiento elástico de la matriz y la inclusión. Se resolvió un problema de deformación plana mallando el dominio por medio de elementos cuadrangulares y empleando técnicas de generación automática de mallas, con una cantidad promedio de mil elementos. Las condiciones de contorno aplicadas a un cuarto de la matriz, teniendo en cuenta las condiciones de simetría periódicas propias de un material compuesto, fueron:

- * en el lado superior se impuso una deformación de 0.07 %.

- * en el lado inferior se restringieron los desplazamientos según el eje z.

- * en el lado izquierdo se restringieron los desplazamientos según el eje y.

- * en el lado derecho se impuso que todos los nodos tuvieran los mismos desplazamientos según el eje y. En la resolución se utilizaron elementos elásticos lineales (4 nodos) incompatibles. Los elementos con modo de desplazamiento incompatible son formulados suponiendo un campo de tensión que varía linealmente con el elemento. Estos elementos resultan más efectivos en el caso de tener elementos muy distorsionados. Se considera satisfactoria la precisión en el cálculo de tensiones, que es del 0.015. Los resultados obtenidos para el caso elástico se muestran en las líneas de nivel de las Figs. 5 a 7.

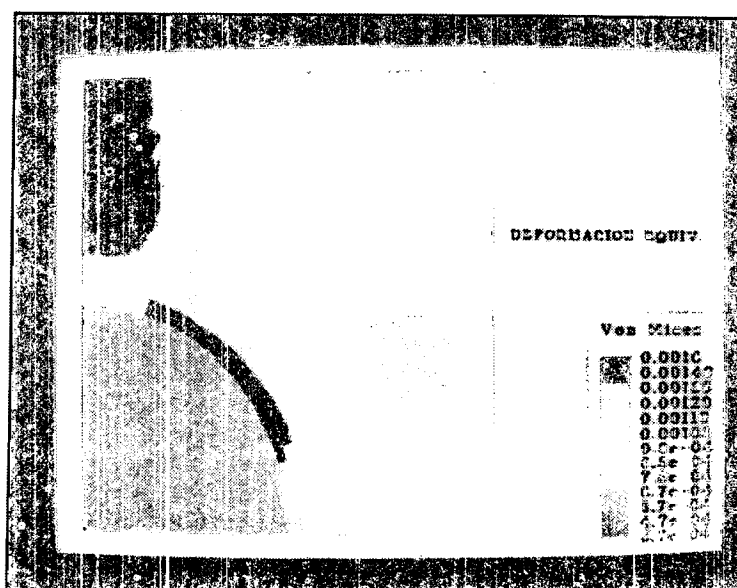


Fig. 5.- Deformación equivalente elástica calculada por FEM para un desplazamiento uniforme en compresión en la dirección z con inclusión esférica.

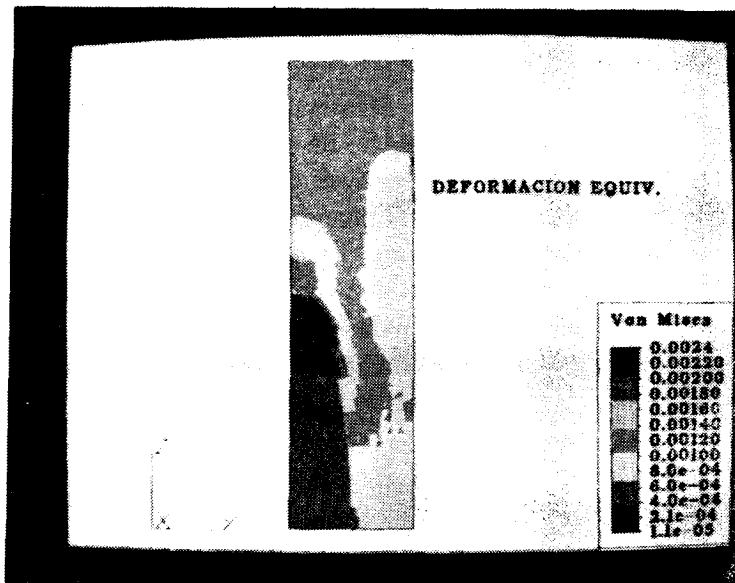


Fig. 6. Deformación equivalente elástica calculada por FEM para un desplazamiento uniforme en compresión en la dirección z con inclusión tipo fibra.

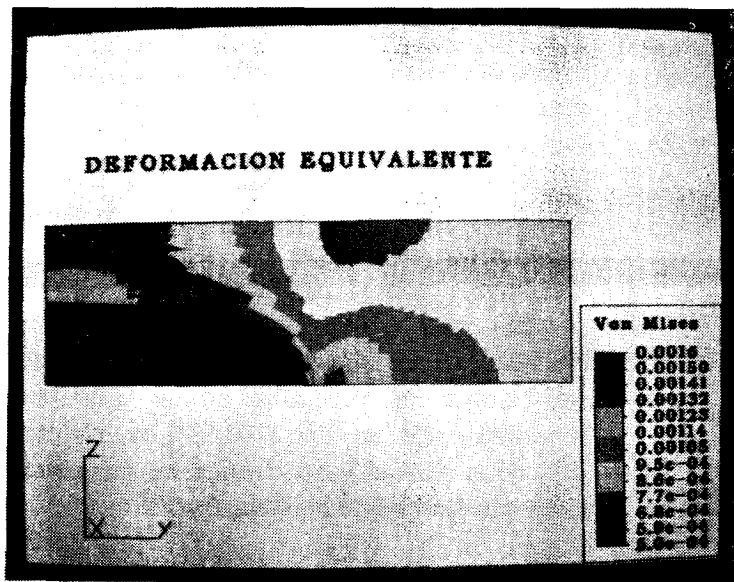


Fig. 7- Deformación equivalente elástica calculada por FEM para un desplazamiento uniforme en compresión en la dirección z con inclusión tipo disco.

Discusión y conclusiones

La distribución de deformaciones es prácticamente coincidente para ambos métodos excepto por la localización de altas deformaciones que se observó en la interfase matriz-inclusión a aproximadamente 45° de los ejes z e y para una partícula esférica y ligeramente alejada de los ejes máximos para los otros casos. No obstante observando los resultados de Eshelby con detalle en la zona de interés ese aumento también existe aunque no se presenta tan evidente. Deficiencias del programa de graficación unidos a una menor manifestación del fenómeno son responsables del fenómeno. Siendo que la solución elástica por el método de Eshelby debe considerarse exacta y que los

resultados plásticos son consecuencia directa de la solución elástica la diferencia se adjudica a que en el problema resuelto por FEM las condiciones de contorno son diferentes. Los resultados por FEM han sido informados coincidentemente por otros investigadores y un refinamiento posterior de la malla confirmó los resultados en la interfase.

No obstante, a los fines de cálculo de propiedades promedio en materiales compuestos es de esperar que ambas soluciones sean aceptables para utilizar en cualquier teoría de homogeneización.

Referencias

- 1- Johnson, W.C. and Lee, J.K., J. of Applied Mechanics, 49, 312-318 (1982).