Crecimiento Y Aereación De Raíces De Cultivos En Suelos Anegados. Algunos Aspectos Básicos A Través De Modelos De Frontera Libre

A.M. GONZALEZ[1], J.C. REGINATO[2] * Y D.A.TARZIA[3]

1) DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA, FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICO-QUÍMICO Y NATURALES
UNIVERSIDAD NACIONAL DE RÍO CUARTO-RUTA 8- KM 601, (5800) - RIO CUARTO - CORDOBA - ARGENTINA
2) DEPARTAMENTO DE QUÍMICA-FÍSICA, FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICO-QUÍMICO Y NATURALES
UNIVERSIDAD NACIONAL DE RÍO CUARTO-RUTA 8- KM 601, (5800) - RIO CUARTO - CORDOBA - ARGENTINA
E-mail: reginato@unrcc.edu.ar. Fax: (058) 676233/680280
3) DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA, FACULTAD DE CIENCIAS EMPRESARIALES,
UNIVERSIDAD AUSTRAL, PARAGUAY 1950, (2000) - ROSARIO - ARGENTINA

Se presenta un modelo de crecimiento de raíces de cultivos en suelos anegados para condiciones mínimas de provisión de oxígeno que aseguren el crecimiento. Dicho modelo se plantea a través de un problema de frontera libre. La solución se obtiene mediante la aplicacion del metodo cuasiestacionario. Se grafican resultados teóricos para el crecimiento longitudinal de la raíz así como perfiles de concentración de oxígeno a lo largo de la raíz en función de algunos parámetros característicos de la misma.

A model of root growth of crops for inundated soils for minimun oxigen provision condition that insure growth is presented. This model is derived through a free boundary model. The solution is obtained through the application of quasistationary method. Theoretical results for the longitudinal root growth and oxigen concentration profiles through the length of root as a function of some charateristic parameters are plotted.

Introduccion

En artículos recientes se han presentado modelos de toma de nutrientes y crecimiento de raíces de cultivos[1,2,3,4,5,6] así como modelos de toma de agua y crecimiento[7]. Con un enfoque similar se estudia el crecimiento y aereación de raíces. El objetivo de la presente comunicación es calcular el crecimiento longitudinal y la concentración en el extremo de la raíz mediante la aplicación del método cuasiestacionario[8] así como perfiles de concentraciones a lo largo de la raíz.

Analisis

Debido a la complejidad del sistema se propone un modelo de crecimiento unidimensional para lo cual se asume un raíz cilíndrica con su eje en la dirección z de modo tal que no ocurre difusión entre la misma y el suelo que la rodea. Asimismo se asume que la raíz contiene espacios libres con aire[9,10,11] y así existen espacios intercelulares a lo largo de la raíz hasta la zona de crecimiento en el ápice a aproximadamente 2 o 3 mm del extremo inferior. Ello permite la difusión de oxígeno hacia abajo[12,13] y por tanto el crecimiento de raíces en suelos totalmente anegados. Tambien se supone que la velocidad de toma de oxígeno por los procesos metabólicos está homogéneamente distribuida a lo largo de la raíz y solo esta afectada en valores muy bajos y que la resistencias a la transferencia estan homogéneamente distribuidas.

En esas condiciones, en estado estacionario, cuando se establece el equilibrio entre el transporte de oxígeno desde las hojas y el consumo por el metabolismo de las raíces, podemos plantear el siguiente modelo de frontera libre[14] para el crecimiento longitudinal de la raíz en el caso de una concentración de oxígeno en el ápice con valores mayores a la concentración umbral que asegura el crecimiento.

$$\mathbf{DC_{zz} = M,\ \ 0 < z < l(t),\ \ 0 < t < T}$$
$$\mathbf{C(z,0) = \phi(z),\ \ 0 < z < l_o}$$
$$\mathbf{C(0,t) = C_o,\ \ \ 0 < t < T}$$

* Autor a quien debe dirigirse la correspondencia

$$DC_z(l(t),t) = k[C(l(t),t) - C_u] =$$

$$= C(l(t),t)\dot{l}(t), \quad 0 < t < T \qquad (1)$$

$$l(0) = l_o, \quad l_o > 0$$

donde:

$$C_z = \frac{\partial C}{\partial z}, C_{zz} = \frac{\partial^2 C}{\partial z^2}, \dot{l}(t) = \frac{dl(t)}{dt}$$

z es la distancia longitudinal medida desde la base de la raíz [cm]

t es el tiempo [seg]

T es el tiempo máximo para el cual existe solución

M es la velocidad de incorporación de oxígeno por la raíz [mol/cm^3-seg]

D es el coeficiente de difusión efectiva de oxígeno a lo largo de la raíz [cm^2/seg]

$\mathbf{C_u}$ es la concentración umbral de oxígeno para mantener el crecimiento [mol/cm^3]

$\mathbf{C_0}$ es la concentración de oxígeno en la base de la raíz [mol/cm^3]

$\mathbf{l_0}$ es la longitud inicial de la raíz [cm]

k es la constante de absorción de oxígeno en el ápice [cm/seg]

ℓ **(z)** es el perfil inicial de concentraciones a lo largo de la raíz

l(t) es la longitud instantánea de la raíz [cm]

La 1ra ecuación de 1) representa el transporte con consumo a lo largo de la raíz

La 2da ecuación de 1) es la condición inicial

La 3ra ecuación de 1) es la condición de contorno

La 4ta ecuación de 1) representa el balance de masa entre el oxígeno que llega al extremo de la raíz, la cantidad de oxígeno absorbido en el proceso de crecimiento y el efecto producido en la elongación de la raíz (se supone que todo el oxígeno incorporado es utilizado para el crecimiento)

La 5ta ecuación de 1) es la condicion inicial para la frontera libre (longitud instantánea raíz).

Para resolver el sistema se aplica el método cuasistacionario (8) con lo cual se obtiene:

$$C(z,t) = \frac{M}{2D}z^2 + \frac{z}{D - kl(t)}\left[\begin{array}{l} k(C_o - C_u + \\ + \frac{M}{2D}l^2(t)) - Ml(t) \end{array}\right] + C_o \qquad (2)$$

y la ecuación diferencial para l(t):

$$C(l(t),t) = \frac{M}{2D}l^2(t) + \frac{l(t)}{D - kl(t)} \cdot \left[k(C_0 - C_u + \frac{M}{2D}l^2(t)) - Ml(t)\right] + C_0$$

$$\dot{l}(t) = k\left[1 - \frac{C_u}{C(l(t),t)}\right], \qquad l(0) = l_0 \qquad 3)$$

De la ecuación para C(l(t),t) se obtiene la longitud máxima que alcanza la raíz en su crecimiento debido a la incorporación de oxígeno que en nuestro caso viene dada por:

$$l_{max} = \sqrt{\frac{2D(C_o - C_u)}{M}} \qquad 4)$$

Las ecuación diferencial para l(t) es resuelta por el método de Runge-Kutta para ecuaciones diferenciales ordinarias.

Los gráficos a continuacion muestran algunos resultados teóricos para el crecimiento longitudinal vs. tiempo así como la concentración en el extremo de la raíz vs. la longitud en función del poder de incorporación de oxígeno **k** en el ápice.

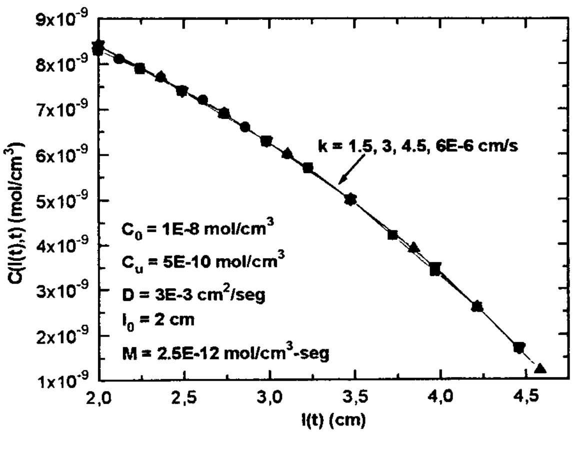

Figura 1

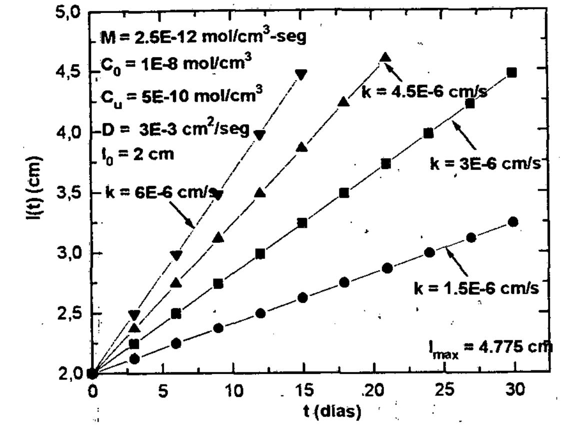

Figura 2

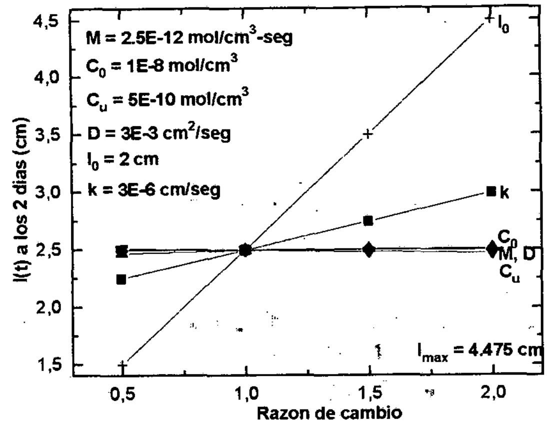

Figura 4

También se muestran diagramas de sensibilidad parámetrica de los restantes parámetros del sistema (en los mismos se varía cada uno de los parametros en 0.5, 1.5 y 2 veces los valores dados.

Los siguientes gráficos muestran perfiles de concentraciones a lo largo de la raíz a medida que ésta crece así como un diagrama de sensibilidad parámetrica de **l_{max}** a los parámetros del sistema.

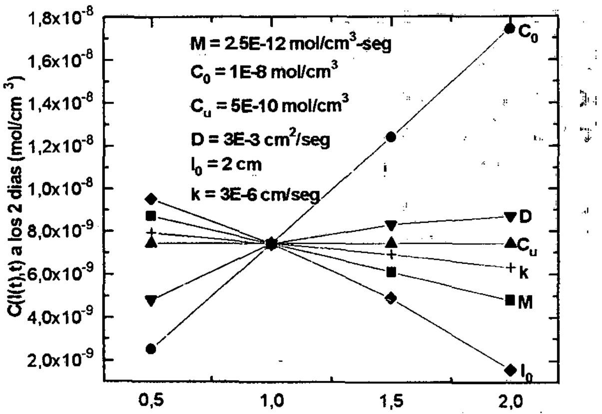

Figura 3

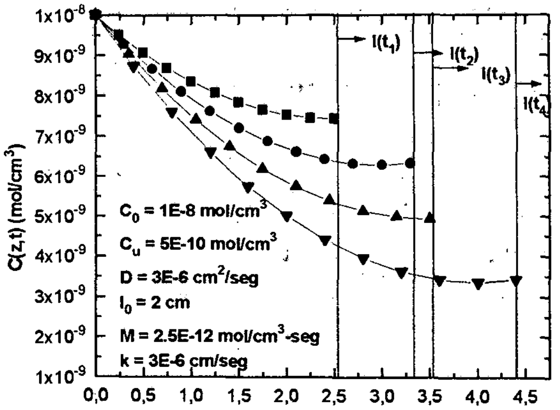

Figura 5

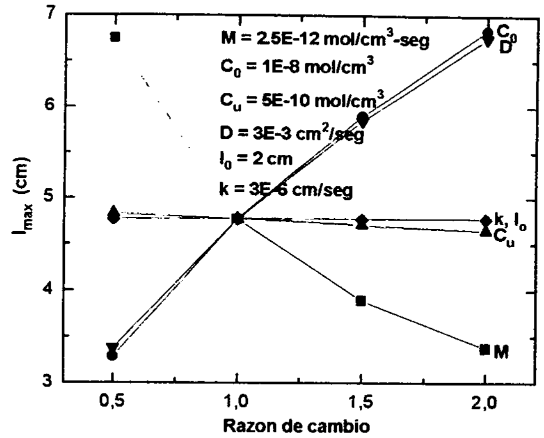

Figura 6

Conclusiones

De los resultados numéricos y de los gráficos para **C(l(t),t)** vs. **l(t)** y **l(t)** vs. **t** (Figs. 1 y 2) se concluye que cuando el poder de incorporación de oxígeno **k** crece **C(l(t),t)** disminuye manteniéndose por encima del valor umbral hasta un cierto tiempo (igual al tiempo máximo para el cual el conjunto de valores dados tiene solución). Cuando $\mathbf{C(l(t),t)=C_u}$ el crecimiento se detiene y el problema difusional del oxígeno en la raíz debe ser resuelto a partir del planteo clásico en dominio fijo. Dicho tiempo es mayor a medida que **k** disminuye. En cambio, la velocidad de crecimiento es mayor cuando **k** crece.

De los diagramas de sensibilidad paramétrica (Figs. 3 y 4) puede concluirse que el crecimiento longitudinal a las 48 hs. solo está afectado por los valores del poder de absorción de oxígeno en el ápice **k** y la longitud inicial $\mathbf{l_0}$ mientras que **D**, $\mathbf{C_0}$, $\mathbf{C_u}$ y **M** no tienen efecto sobre el mismo. En cambio para la concentración sobre el ápice se concluye que la misma (a las 48 hs) es afectado por $\mathbf{C_0}$ y $\mathbf{l_0}$ en mayor grado, por **D**, **k** y **M** en menor grado mientras que $\mathbf{C_u}$ no influye.

Del diagrama de sensibilidad de $\mathbf{l_{max}}$ a los parámetros del sistema (Fig. 6) se concluye, en cambio, que la longitud máxima alcanzada por la raíz en suelos anegados aumenta marcadamente a medida que $\mathbf{C_0}$ y **D** crecen, no varía con **k** y $\mathbf{l_0}$, apenas disminuye con $\mathbf{C_u}$ mientras disminuye con el consumo de oxígeno **M**. Así este modelo intenta una explicación al hecho por el cual las raíces en suelos anegados pueden crecer durante un cierto tiempo, a partir del cual puede una cierta longitud de las mismas estar aereadas mientras la porción restante sufre anoxia.

Desde otro punto de vista, este modelo puede ser mejorado para tener en cuenta la difusión radial, coeficiente de difusion variable, actividad respiratoria variable y la dependencia de **M** con la concentración así como considerar el problema de la aeración de raíces cuando los suelos estan parcialmente saturados permitiendo el ingreso de oxígeno desde el suelo.

Asimismo, no deben interpretarse estos resultados como generales sino que los mismos pueden cambiar si es usado otro conjunto de valores para los calculos. El enfoque de la aereación de raíces a través de modelos de frontera libre constituye una herramienta para analizar el efecto de diferentes parámetros sobre el sistema y poder aportar criterios a la ingeniería genética para el desarrollo de genotipos resistentes a la anoxia en suelos anegados.

Referencias

1 - J.C. Reginato, D.A. Tarzia, A. Cantero. "On the free boundary problem for the Michaelis-Menten absorption model for root growth" Soil Sc. 150,722-729 (1990) y Soil Sc. 152 (2) 63-71 (1991)

2 - J. C. Reginato, D. A. Tarzia. "The balance integral method applied to root growth of crops". Int. J. of Eng. Sc. Vol. 31 (1),61-70 (1993)

3 - J.C. Reginato, D.A. Tarzia, M.A. Dzioba. "Analytical study of the effect of some soil and plant parameters on root growth due to absorption of one mobile ion: A free boundary model" Plant and Soil, 157, 185-196 (1993)

4 - J.C. Reginato, D.A. Tarzia, A. Cantero. "Un modelo mejorado para el crecimiento de raíces de cultivos", Anales AFA, vol 1. 351-354. (1989)

5 - J.C. Reginato, D.A. Tarzia, M.A. Dzioba."Crecimiento de raíces de cultivos con competencia para iones móviles a través del metodo del balance integral". Anales AFA, vol. 3. 447-451. (1991)

6 - J. C. Reginato, D. A. Tarzia. "Efecto de algunos parámetros del sistema suelo-planta sobre el crecimiento de raíces de cultivos debido a la absorcion de n-iones. Un modelo de frontera libre". Anales AFA, vol 4. 356-361 (1992)

7 - J.C. Reginato, D.A. Tarzia, "Un modelo mecánico para el crecimiento de raíces de cultivos debido al

transporte y toma de agua"Anales AFA vol. 5, 464-468 (1993)
8 - J. Crank, Free and Moving Boundary Problems. Clarendon Press, Oxford (1984)
9 - J. Glinski, W. Stepniewski. Soil Aeration and Its Role for Plants, CRC Press, Boca Raton, Florida (1980)
10 - R. Aimi. "Cell-physiological study on the function roots. IV. Active oxigen supply into roots from leaves in rice plant". Proc. Crop. Sci. Soc Jpn., 29, 51 (1960)
11 - M.C. Drew, E.J. Sisworo. "The development of waterlogging damage in young barley plants in relation to plant nutrient status y changes in soil properties". New Phytol., 82, 301 (1979)
12 - C.R. Jensen, J. Letey, L.H. Stolz. "Labelled oxigen transport through growing corn roots". Science, 144, 530 (1964)
13 - C.R. Jensen, L.H. Stolz, J. Letey. "Tracer studies of oxigen difusion through roots of barley, corn and rice", Soil Sc. 103,23 (1967)
14 - D.A. Tarzia. "A bibliography on moving-free boundary problems for the heat diffusion equation". Progetto Nazionale M.P.I. Equazioni di Evoluzione e applicazioni fisica-matematiche, Firenze (1988)