SIMETRÍAS DE PERMUTACIÓN EN MODELOS DE CUERDAS COMPACTIFICADAS

G. Aldazabal
Centro Atómico Bariloche, (8400) S. C. de Bariloche, Comisión Nacional de Energía Atómica, Consejo Nacional de Investigaciones Científicas y Técnicas (CONICET) e Instituto Balseiro, Universidad de Cuyo, Argentina.

I. Allekotte
Max Planck Institute Heisenbergstr. 1, 70569 Stuttgart, Alemania, Consejo Nacional de Investigaciones Científicas y Técnicas (CONICET).

E. Andrés
Centro Atómico Bariloche, (8400) S. C. de Bariloche, Comisión Nacional de Energía Atómica, Consejo Nacional de Investigaciones Científicas y Técnicas (CONICET) e Instituto Balseiro, Universidad de Cuyo, Argentina.

C. Núñez
Instituto de Astronomía y Física del Espacio, C. C. 67, suc. 28, (1428) Buenos Aires, y Consejo Nacional de Investigaciones Científicas y Técnicas (CONICET), Argentina.

Estudiamos modelos de cuerdas $N = 2$ en 4 dimensiones, con el sector compactificado de la teoría compuesto por un producto tensorial de modelos de clases laterales $N = 2$ de tipo CP_m. Consideramos aquellos modelos que están compuestos por al menos 2 bloques CP_m idénticos y para los cuales se conoce una descripción alternativa en términos de una teoría de Landau-Ginzbur $N = 2$. Empleamos las simetrías de permutación de bloques idénticos para construir nuevos modelos como cocientes por simetrías cíclicas. Calculamos para estos modelos el número de generaciones fermiónicas que predicen.

I. INTRODUCCIÓN

La teoría de cuerdas[1] pretende explicar de un modo unificado las interacciones fundamentales de la naturaleza. Es sabido que la cancelación de la anomalía conforme, necesaria para la consistencia cuántica de la teoría de supercuerdas, requiere un espacio-tiempo de 10 dimensiones. La reducción a 4 dimensiones requiere de un proceso de compactificación de las dimensiones sobrantes. Uno de los mayores desafíos que presenta la teoría de cuerdas actualmente es la resolución del llamado problema de la degeneración del vacío: existen muchas maneras de compactificar y no se conoce un mecanismo teórico que seleccione un proceso de compactificación en particular. Debido a que la física de "bajas" energías se ve influenciada por la manera de compactificar la teoría (por ejemplo, el número de familias fermiónicas que predice), resulta crucial estudiar distintos procesos de compactificación para comprender la estructura subyacente y apuntar a una clasificación de los vacíos de cuerdas admisibles.

Desde el punto de vista geométrico, la compactificación consiste en[2] efectuar un desarrollo perturbativo de la teoría de cuerdas alrededor de un vacío con una métrica de fondo que, en lugar de ser considerada plana, es de la forma M^4 x K, con M^4 la métrica de Minkowski usual y K alguna variedad de Kähler Ricci-plana (conocidas como "variedades de Calabi-Yau"). Compactificaciones de cuerdas en este tipo de variedades dan lugar a supersimetría $N = 1$ en el espacio-tiempo 4-dimensional y fermiones quirales en el espectro.

Desde el punto de vista algebraico, para que una teoría de cuerdas sea consistente en 4 dimensiones, los grados de libertad espacio-temporales deben estar acoplados a una teoría interna. Consistencia y supersimetría espacio-temporal de la teoría resultante sólo se puede lograr si la teoría interna es una teoría conforme con carga central $c_{int} = 9$ y con $N=2$ supersimetrías locales (o sea, debe ser una teoría (2,0)-superconforme, aunque muchas construcciones están basadas en álgebras (2,2)-superconformes). La carga Q de supersimetría se puede obtener a partir de la corriente $U(1)$ del álgebra superconforme $N=2$ en la hoja de mundo.

Realizaciones concretas de esta construcción algebraica fueron dadas por Gepner[3], quien empleó para el sector interno un producto tensorial de teorías $N=2$-superconformes minimales de manera que la suma de las cargas centrales de los "bloques" sea $c_{int} = 9$. Estos modelos tienen una interpretación geométrica conocida, en términos de compactificaciones en variedades de Calabi-Yau.

La construcción de Gepner fue ampliada por Kazama y Suzuki[4], quienes propusieron describir el sector interno con modelos superconformes $N=2$ unitarios obtenidos a partir de clases laterales (cosets) de álgebras de Kac-Moody. Para ello, generalizaron la construcción de GKO[5] para construir modelos $N=2$ superconformes, a partir de dos grupos semisimples G y H (donde H es un subrgrupo de G) y de sus correspondientes álgebras de Kac-Moody. Aquí nos restringiremos a estudiar los cosets $N=2$ de la forma $CP_m \equiv SU(m+1)/SU(m) \times U(1)$.

En trabajos anteriores[6-8] estudiamos compactificaciones de cuerdas basadas en estos modelos CP_m y empleamos invariantes modulares no diagonales para acoplar los sectores derecho e izquierdo de la teoría conforme. Si bien no existe una clasificación exhaustiva de invariantes modulares de álgebras de Kac-Moody, se conocen diversas construcciones que fueron empleadas en esos trabajos. Calculamos el número de representaciones 27 y $\overline{27}$ de E_6, cuya diferencia $N_{27}-N_{\overline{27}}$ se interpreta como el número de generaciones fermiónicas a bajas energías que predice el modelo, y que es quivalente a $\frac{1}{2}\chi$, donde χ es la característica de Euler de la variedad de Calabi-Yau asociada (suponiendo que tal interpretación geométrica exista).

Cada modelo CP_m a nivel k posee una simetría discreta Z_{k+m+1} "de fase" que actúa sobre los estados $\phi^{\Lambda,\overline{\Lambda}}_{\lambda,q,\overline{\lambda};\overline{\lambda},\overline{q},\overline{\lambda}}$ transformándolos en una fase dependiente de $q,\overline{q}$ (seguiremos la notación de la referencia[7]. Por lo tanto, un producto tensorial de r modelos CP_m tiene el grupo de simetrías discretas

$$G = Z_{k_1+m_1+1} \times \ldots \times Z_{k_r+m_r+1} \times \mathcal{P} \qquad (1)$$

donde $\mathcal{P}$ es el grupo de permutaciones de todos los bloques idénticos. Si este producto tensorial de modelos $N=2$ superconformes es empleado para describir el sector interno de una teoría de cuerdas, las simetrías discretas pueden emplearse para construir nuevos modelos, efectuando un proceso de "orbifoldización" (o cociente) por estas simetrías. En general, los nuevos modelos cocientados dan lugar a compactificación de supercuerdas con un número menor de generaciones fermiónicas.

En[7-6] hemos considerado orbifolds de modelos de cuerdas $N=2$ de Kazama y Suzuki por simetrías discretas de fase. Queremos aquí discutir cocientes por simetrías cíclicas de permutación de bloques iguales, para aquellos modelos CP_m que tienen una interpretación en términos de potenciales de Landau-Ginzburg $N=2$ (que describiremos brevemente a continuación).

II. ¿COCIENTES POR SIMETRÍAS DISCRETAS

Los "orbifolds" como entes matemáticos son una generalización de las variedades, que permiten que éstas posean un conjunto discreto de punos singulares. La acción de un grupo discreto G sobre una variedad $\mathcal{M}$ define un orbifold $\mathcal{O} = \mathcal{M}/G$, dado por la identificación de todos los punos $x \in \mathcal{M}$ conectados por G ($x \sim gx$ para todo $g \in G$). La noción de orbifold puede generalizarse a teorías conformes: dada una teoría conforme invariante modular $\mathcal{T}$ y la acción de un grupo discreto G sobre su espacio de Hilbert, $\mathcal{H}$, se trata de construir una nueva teoría orbifol-dizada $\mathcal{T}/G$ invariante modular.

La construcción proyecta estados de $\mathcal{H}$ invariantes por G mediante la inserción de un operador P en la traza sobre los estados

$$P = \frac{1}{|G|}\sum_{g \in G} g \qquad (2)$$

donde $|G|$ es el orden de G (que supondremos abeliano). En la teoría a un lazo (sobre el toro) esta suma corresponde a tomar la traza sobre estados con condiciones de contorno retorcidas por g en la dirección "temporal" del toro. Simbolizamos este retorcimiento con $g\,\square_{h}$

donde g se refiere a las condiciones de contorno en la dirección "temporal" del toro y h a la "espacial". Sin embargo, esta proyección elimina estados del espectro y por lo tanto destruye la invariancia modular de la teoría. Para recuperarla, es necesario incluir estados en sectores retorcidos por h en la dirección "espacial". Así, la función de partición de la teoría orbifoldizada puede representarse por

$$Z^{\mathcal{T}/G} = \frac{1}{|G|}\sum_{g,h \in G} g\,\square_{h} \qquad (3)$$

donde g, h denotan las condiciones de contorno retorcidas en ambas dircciones del toro. En compactificaciones algebraicas de cuerdas basadas en modelos CP_m, es posible aplicar este procedimiento para obtener nuevos modelos de cuerdas $N=2$.

Los modelos minimales $N=2$ poseen una simetría discreta cíclica $G=\mathbb{Z}_{k+2}$[3] que actúa sobre los estados $\phi^{l,\overline{l}}_{q,s;\overline{q},\overline{s}}$ transformándolos con una base dependiente de q y $\overline{q}$,

$$\gamma : \phi^{l,\overline{l}}_{q,s;\overline{q},\overline{s}} \rightarrow e^{2\pi i\gamma(q+\overline{q})/2(k+2)}\phi^{l,\overline{l}}_{q,s;\overline{q},\overline{s}} \qquad (4)$$

con γ un entero.

En los modelos CP_m de clases laterales $N=2$ esta simetría se generaliza a una transformación $G=\mathbb{Z}_{k+m+1}$',

$$\gamma:|\Lambda,\bar{\Lambda},\hat{l},q\rangle\otimes|\bar{\Lambda},\bar{\bar{\Lambda}},\bar{\hat{l}},\bar{q}\rangle\rightarrow e^{2\pi i\gamma(q+\bar{q})/2(k+m+1)}$$

$$|\Lambda,\bar{\Lambda},\hat{l},q\rangle\otimes|\bar{\Lambda},\bar{\bar{\Lambda}},\bar{\hat{l}},\bar{q}\rangle \quad (5)$$

En la Ref. 10 se mostró que es posible construir modelos $N=2$ orbifoldizando los modelos CP_m usuales por algún subgrupo de $\mathbb{Z}_{k+m+1}$, para obtener modelos $N=2$ con acoplamiento no diago-nales en $(q,\bar{q})$.

Para el caso del producto directo de r teorías CP_m , se puede representar la acción de γ por un vector $\gamma=(\gamma_1,.....,\gamma_r)$ de r componentes.

III. SIMETRÍAS DISCRETAS EN MODELOS DE LANDAU-GINZBURG $N = 2$

Para la descripción de Landau-Ginzburg de una teoría $N=2$ superconforeme[11] se parte de una acción definida en el superespacio $(z,\bar{z},\theta^{\pm},\bar{\theta}^{\pm})$.

$$S=\left(\int d^2zd^4\theta K(\phi_i,\bar{\phi}_i)\right)+\left(\int d^2zd^2\theta W(\phi_i)+c.c.\right) \quad (6)$$

donde los r supercampos $\phi_i(z,\bar{z},\theta^{\pm},\bar{\theta}^{\pm})$ son quirales ($D^{+}\phi_i=\bar{D}^{+}\phi_i=0$, con $D^{\pm}=\frac{\partial}{\partial\theta^{\pm}}+\theta^{\pm}\frac{\partial}{\partial z}$). En términos de los estados físicos $|\phi_i>$, esto significa que en el sector de Neveu-Schwasrz, $G^{\pm}_{-1/2}|\phi_i\geq 0$. W es un superpotencial holomorfo en los campos quirales; K es una función de los campos y sus derivadas.

Ante transformaciones de escala de la métrica bidimensional, $g\rightarrow\lambda^2 g,\lambda\rightarrow\infty$, quedan determinadas trayectorias bajo el grupo de renormalización. En el punto fijo la acción (6) define una teoría $N=2$-superconforme, con W un potencial cuasihomogéneo,

$$W(\lambda^{n_i}\phi_i)=\lambda^D W(\phi_i) \quad (7)$$

donde los enteros n_i definen los *"pesos"* de los campos ϕ_i, el entero D es el *"orden"* de W y las cargas $U(1)$ de los campos están dadas por

$$Q_i=\bar{Q}_i=\frac{n_i}{D} \quad (8)$$

La carga central de la teoría conforme es

$$c=6\sum_{i=1}^{r}(1/2-Q_i) \quad (9)$$

Una teoría arbitraria de Landau-Ginzburg con $c = 9$ no es adecuada para describir el sector interno de una teoría de cuerdas en 4 dimensiones, ya que en el sector de Neveu-Schwarz no se satisface la condición de carga $U(1)$ total entera, necesaria para garantizar supersimetría espacio-temporal. Sin embargo, debido a la simetría de W frente a transformaciones

$$\phi_i\rightarrow e^{2\pi i n_i/D}\phi_i \quad (10)$$

la teoría orbifoldizada por esta simetría discreta cíclica (de orden D) sí puede emplearse para construir modelos de cuerdas[12]. Esta orbifoldización corresponde a la proyección GSO sobre estados de carga entera.

El número de generaciones fermiónicas contenido en el vacío de cuerdas definido por este modelo de Landau-Ginzburg orbifoldizado puede ser calculado mediante una fórmula derivada en[12-13]

$$N_{gen}=\frac{-1}{2D}\sum_{p,s=0}^{D-1}(-1)^{(\frac{c}{3}-r)(p+s+ps)}\prod_{pQ_i,sQ_i\in Z}\frac{n_i-D}{n_i} \quad (11)$$

donde la productoria es sobre todos los n_i tales que $pQ_i,sQ_i\in Z$ simultáneamente. Las sumas sobre p, s que aparecen en (11) pueden ser interpretadas como la proyección sobre estados de carga $U(1)$ total entera y la inclusión de sectores retorcidos, respectivamente.

En general, puden considerarse cocientes por grupos de simetría cíclicos más generales, que pueden dar lugar a vacíos de cuerdas consistentes[13]. Las posibles simetrías discretas de modelos de Landau-Ginzburg han sido clasificadas recientemente en Ref.14. Tabajando en una base de campos en la que los elementos del grupo de simetría actúan diagonal-mente sobre los r campos, podemos caracterizar la acción de cada elemento g de un grupo cíclico G por el orden M de G y un vector de r componentes, $\gamma=(\gamma_1,....,\gamma_r)$,

$$g:\phi_i\rightarrow e^{2\pi i\gamma_i/M}\phi_i \quad (12)$$

Cuando $det(g)=1$ para todo $g\in G$, el orbifold del modelo conserva la supesimetría (2, 2).

Si se consideran orbifolds por n grupos cíclicos caracterizados por los vectores $\gamma^{(1)},....,\gamma^{(n)}$ el número de generaciones resulta

$$N_{gen}=-\frac{1}{2\prod_{i=0}^{n}M_i}\sum_{\substack{p_i,s_i=0\\ i=0,\dots,n}}^{M_i-1}\prod_{j\ tal\ que\begin{cases}\sum_i \cdot\cdot\gamma_j^{(i)}/M_i\in\mathbb{Z}\\ \sum_i \cdot\cdot\gamma_j^{(i)}/M_i\in\mathbb{Z}\end{cases}}\left(1-\frac{D}{n_j}\right) \quad (13)$$

donde $M_0 = D, p_0 = p, s_0 = s$ y $\gamma^0 = (n_1, \ldots, n_r)$. Esta ecuación es válida cuando $(\frac{c}{3} - r)$ es par (si este requerimieto no se saisface, siempre es posible incluir un campo trivial en el potencial, $W' = W + \phi_t^2$).

En este trabajo empleamos este formalismo para efectuar orbifolds por simetrías de permutaciones. Notemos que si un potencial W tiene una simetría de permutaciones cíclicas de N campos (N primo),

$$W = (\phi_0, \ldots, \phi_{N-1}) = W(\phi_{N-1}, \phi_0, \ldots, \phi_{N-2}) \quad (14)$$

entonces es posible efectuar un cambio de variables

$$\psi_j = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{k=0}^{N-1} e^{-2\pi i k j / N} \phi_k \quad (15)$$

y así una simetría de permutación de los ϕ_k se convierte en una simetría de fase de los ψ_j, ya que la transformación $\phi_k \to \phi_{k+1}$ implica $\psi_j \to e^{2\pi i j/N} \psi_j$. Observamos que si los ϕ_k son de peso n (necesariamente todos los pesos deben ser iguales), entonces también los ψ_j tienen peso n. Por lo tanto la proyección GSO (el orbifold por $\gamma^0 = (n, \ldots, n)$) no se ve alterada por el cambio de variables.

Por lo tanto si el potencial de Landau-Ginzburg $W(\phi_0, \ldots, \phi_{N-1}, \ldots, \phi_r)$ es invariante ante permutaciones de N campos es posible obtener el número de generaciones fermiónicas de la teoría de cuerdas asociada usando la fórmula (13) con

$$\gamma^{(0)} = (n, \ldots, n, n_N \ldots, n_r) \text{ y } \gamma^{(1)} = (0, 1, 2, \ldots, N-1, 0, \ldots, 0) \quad (16)$$

de orden D y N, respectivamente. La condición N primo asegura que el generador del grupo cíclico satisfaga $det(g) = 1$.

Es importante recalcar que no es necesario en este procedimiento conocer explícitamente la forma exacta del superpotencial, sino que es suficiente con conocer los pesos n_i y el orden D de $W(\phi_i)$.

Aplicamos este procedimiento a los modelos de cuerdas construidos con clases laterales $N = 2$ del tipo CP_m que tienen una interpretación de Landau-Ginzburg equivalente. Estos son los modelos minimales $N = 2$, que corresponden a los cosets CP_1 con invariantes modulares diagonales y no diagonales y los modelos $CP_{m \geq 2}$ diagonales. Para el modelo CP_m a nivel k (que escribiremos como (m, k)), el potencial de Landau-Ginzburg es de la forma

$$W = \sum_{j_1 + 2j_2 + \ldots + mj_m = k+m+1} A_{n_1, \ldots, n_m} \phi_1^{j_1} \ldots \phi_m^{j_m} \quad (17)$$

con los coeficientes A no determinados, pero tales que cada ϕ_j tiene peso j. Para los modelos de Gepner a nivel k con invariantes modulares en la serie A-D-E (que llamaremos kA, kD, kE, respectivamente) los potenciales dados fueron dados en Ref.15.

Aplicando nuestro procedimiento a los modelos de Gepner $N = 2$ hemos reobtenido los resultados ya calculados en Ref. 16 por otro método. Los resultados para compactificaciones de cuerdas basadas en modelos CP_m más generales se encuentran en la Tabla I. El potencial de cada modelo está caracterizado por los números $D, (n_1, \ldots, n_r)$ de la segunda columna, y cuál es la permutación considerada se deduce del vector γ de la tercera columna

Modelo	$\mathcal{D}(n_1, \ldots, n_r)$	N, γ	N_{gen}
(2, 3) x (2, 3) x (2, 3)	6,(1,2,1,2,1,2)	3,(0,0,1,1,2,2)	36
(2, 3) x (2, 3) x (2, 3)	6,(1,2,1,2,1,2)	2,(0,0,1,1,0,0)	54
(4, 5) x 1*A* x 1*A* x 1*A*	30,(3,6,9,12,10,10,10)	3,(0,0,0,0,0,1,2)	0
(3, 4) x 1*A* x 1*A* x 1*A* x 2*A*	24,(3,6,9,8,8,,8,6)	3,(0,0,0,0,1,2,0)	0
(3, 3) x 1*A* x 1*A* x 1*A* x 5*A*	21,(3,6,9,7,7,7,3)	3,(0,0,0,0,1,2,0)	0
(3, 4) x 2*A* x 2*A* x 2*A*	8,(1,2,3,2,2,2)	3,(0,0,0,0,1,2)	40
(3, 4) x 6*D* x 6*D*	8,(1,2,3,2,3,2,3)	2,(0,0,0,0,0,1,1)	40
(3, 3) x 12*D* x 12*D*	7,(1,2,3,1,3,1,3)	2,(0,0,0,0,0,1,1)	56
(2, 4) x (2, 4) x 5*A*	7,(1,2,1,2,1)	2,(0,0,1,1,0)	51
(2, 6) x (2, 6) x 1*A*	9,(1,2,1,2,3)	2,(0,0,1,1,0)	42
(2, 6) x 1*A* x 1*A* x 1*A* x 1*A* x 1*A*	9,(1,2,3,3,3,3,3)	3,(0,0,0,1,2,0,0)	60
(2, 6) x 1*A* x 1*A* x 1*A* x 1*A* x 1*A*	9,(1,2,3,3,3,3,3)	5,(0,0,0,1,2,3,4)	12
(2, 6) x 1*A* x 1*A* x 1*A* x 1*A* x 1*A*	9,(1,2,3,3,3,3,3)	2,(0,0,0,1,0,1,0)	48
(2, 6) x 1*A* x 1*A* x 1*A* x 4*A*	18,(2,4,6,6,6,3)	3,(0,0,0,1,2,0)	60
(2, 4) x 1*A* x 1*A* x 1*A* x 12*A*	42,(6,12,14,14,14,3)	3,(0,0,0,1,2,0)	0
(2, 6) x 1*A* x 1*A* x 2*A* x 2*A*	36,(4,8,6,15,6,15)	2,(0,0,0,0,1,1)	0
(2, 4) x 26*D* x 26*D*	28,(4,8,2,13,2,13)	2,(0,0,0,0,1,1)	102

Tabla I: Número de generaciones en modelos CP_m orbifoldizados por simetrías de permutaciones.

de la tabla.

Finalmente notamos que la ecuación (13) permite calcular la suma sobre los p_i en cada sector $(s_0,\ldots,s_n)$ por separado y de esta manera, encontrar la contribución al número de generaciones sector por sector. También observamos que es inmediato efectuar orfifolds por simetrías de fase y permutaciones simultáneamente, siempre y cuando ambas conmuten (ya que de lo contrario se estaría en el caso de un orbifold por un grupo no abeliano, problema que aún no ha sido resuelto matemáticamente). Para que ambas simetrías conmuten, es necesario y suficiente que los componentes del vector γ que define la simetría de fases sean iguales para todos los campos que permutan entre sí.

AGRADECIMIENTOS

I. A. agradece a Anamaría Font varias conversaciones sobre el tema; así como a la Universidad Central de Venezuela y a la Fundación Polar, que posibilitaron una estadía en Caracas, donde se realizó parte de este trabajo.

REFERENCIAS

1. M. B. Green, J. H. Schwarz y E. Witten "*Superstring Theory*", Cambridge: Cambridge University Press 1988.
2. P. Candelas, G. Horowitz, A. Stominger y E. Witten. Nuc. Phys. **B258**, 46 (1985).
3. D. Gepner. "*Lectures on N = 2 String Theory*". Proceedings of Trieste Summer School 1989, Pati J. C. *et al.*(eds.), World Scientific: Singapore, 1990.
4. Y. Kazama y H. Suzuki. Nucl. Phys. **B321**, 232 (1989).
5. P. Goddard, A. Kent y D. Olive. Comm. Math. Phys. **103**, 105 (1986).
6. G. Aldazabal, I. Allekotte, A. Font y C. Núñez. Int. J. Mod. Phys. **A7**, 6273 (1992).
7. G. Aldazabal, I. Allekotte, E. Andrés y C. Núñez. Int. J. Mod. Phys. **A8**, 2825 (1993) .
8. G. Aldazabal, I. Allekotte, E. Andrés, A. Font y C. Núñez. Anales **AFA 3**, (1991), Tucumán.
9. A. Font, L. E. Ibañez y F. Quevedo. Phys. Lett. **B217**, 271 (1989).
10. A. Font, L. E. Ibañez, F. Quevedo y A. Sierra. Phys. Lett. **B337**, 119 (1990).
11. C. Vafa y N. Warner. Phys. Lett. **B218**, 51 (1989). B. Green, C. Vafa y N. Warner. Nucl. Phys. **B324**, 371 (1989). W. Lerche, C. Vafa y N. Warner. Nucl. Phys. **B324**, 427 (1989) . E. Martinec. Phys. Lett. **B217**, 431 (1989) .
12. C. Vafa. Mod. Phys. Lett. **A4**, 1169 (1989).
13. K. Intrilligator y C. Vafa. Nucl. Phys. **B339**, 95 (1990).
14. M. Kreuzer, R. Schimmrigk y H. Skarke. Nucl. Phys. **B372**, 61 (1992). M. Kreuzer y H. Skarke. "*All Abelian Symmetries of Landau-Ginzburg Potentials*". Prepublicación CERNTH 6705/92, Ginebra, 1992.
15. C. Vafa y N. Warner. Phys. Lett. **B218**, 51 (1989).
16. A. Klemm y M. Schmidt. Phys. Lett. **B245**, 53 (1990). J. Fuchs, A. Klemm y M. Schmidt. Annals of Phys. **214**, 221 (1992).