ACOPLAMIENTO DE MULTIPLETES EN UNA VARIEDAD DE KÄHLER

A. Foussat, C. Repetto. O.P. Zandron y O.S. Zandron
Instituto de Física Rosario (CONICET), Universidad Nacional de Rosario
Bv. 27 de Febrero 210 Bis, 2000 Rosario.

En el presente trabajo se estudia el acoplamiento de la supergravedad N=1 a n supermultipletes escalares. Esto se hace utilizando el formalismo canónico exterior en un espacio fibrado en el cual la fibra es una variedad de Kähler. Se analizan los vínculos del sistema y se desarrolla el formalismo canónico de primer y segundo orden. Se hallan los vínculos de primera clase, los cuales determinan todas las simetrías de medida del Hamiltoniano. Se demuestra que ellos clausuran al álgebra de los vínculos. Finalmente se hallan los corchetes de Dirac para el sistema acoplado.

I. INTRODUCCION

El acoplamiento más general entre multipletes de materias en teorías supersimétricas $N \geq 1$ en formalismos Lagrangianos fue intensamente estudiados[1-14]. Los modelos geométricos mostraron ser poderosos para describir supergravedades extendidas $N>1$[15,16]. En particular el sistema acoplado descripto por el supermultiplete gravitacional N=1 $\{2,3/2\}$ y los n-supermultipletes se Wess-Zumino (WZ) $\{1/2,0^+,0^-\}$ puede ser elegantemente formulado en forma geométrica utilizando variedades complejas[13,17]. La estructura geométrica adecuada para este sistema es la de un espacio fibrado B($R^{4/4}$,$\mathcal{M}$,

$z^I = A^I + iB^I$, $\left(z^I\right)^* \equiv \overline{z}^{I*} = A^I - iB^I\pi$) en el cual el espacio base $R^{4/4}$ es el superespacio ordinario N=1 parametrizado por las supercoordenadas (x,ϑ). La fibra $\mathcal{M}$ es una variedad de Kähler, es decir, una variedad escalar compleja n-dimensional dotada con una métrica Kähleriana. Además, la proyección π: B $\rightarrow R^{4/4}$ satisface la condición de trivialidad local. La variedad de Kähler $\mathcal{M}$, está parametrizada por las coordenadas complejas Z^I (I = 1,...,n). Así, considerando el mapeo $Z^I : R^{4/4} \rightarrow \mathcal{M}$, en el espacio fibrado B queda definida una sección transversal $Z^I = Z^I(x,\vartheta) \in \pi^{-1}(x,\vartheta)$ la cual es un supercampo. Consecuentemente considerando el espacio fibrado B como una única estructura geométrica, la co-base del espacio cotangente asociado está dada por el conjunto de 1-formas (V^a, ξ , dz^I), donde V^a y ξ expande el espacio cotangente a la fibra $\mathcal{M}$.

II. GEOMETRIA

Como se sabe, los objetos geométricos V^a y ξ describen respectivamente el gravitón y el gravitino componentes del supermultiplete gravi-tacional. Por otro lado, consideremos los n-supermultipletes de W-Z (λ^I, A^I, B^I) donde λ^I es un espinor de Majorana, A^I y B^I son respectivamente los campos reales escalares y pseudoescalares. Vemos que los supercampos $Z^I(x,\vartheta)$ nos permiten describir al sector bosónico de los campos de W-Z combinando conjuntamente A^I y B^I así:

$$z^I = A^I + iB^I, \quad (z^I)^* \equiv \overline{z}^{I*} = A^I - iB^I \tag{2.1}$$

Consistentemente con un cambio de base en la variedad de Kähler $\mathcal{M}$ para el sector bosónico se deben considerar las proyecciones chirales para el espinor de Majorana λ^I:

$$\begin{aligned}&\chi^I = \frac{1}{2}(1+\gamma_5)\lambda^I, \ \chi^{I*} = \frac{1}{2}(1-\gamma_5)\lambda^I, \\ &\lambda^I = \chi^I + \chi^{I*}\end{aligned} \tag{2.2}$$

y análogamente para el gravitino ξ:

$$\begin{aligned}&\xi_{(L)} = \frac{1}{2}(1+\gamma_5)\xi \quad ,\xi_{(R)} = \frac{1}{2}(1-\gamma_5)\xi, \\ &\xi = \xi_{(L)} + \xi_{(R)}\end{aligned} \tag{2.3}$$

Cuando se pretende desarrollar un formalismo Lagrangiano sobre la estructura geométrica determinada por el espacio fibrado B, además de las transformaciones de Lorentz (TL) se deben considerar las transformaciones de Kähler (TK) y las transformaciones holomórficas generales de coordenadas (THGC) en la variedad de Kähler $\mathcal{M}$. Si designamos con $G(z,\bar{z})$ al potencial escalar de Kähler, la TK sobre $G(z,\bar{z})$ se define por:

$$G(z,\bar{z}) \to G'(z,\bar{z}) = G(z,\bar{z}) + \mathrm{Re}\, f(z) \quad (2.4)$$

donde $f(z)$ $(f^*(z) = f(\bar{z}))$ es cualquier función holomórfica de z. Así, la acción de la TK sobre los campos fermiónicos está dada por las siguientes rotaciones chirales:

$$\xi'_{(L)} = e^{-ip\mathrm{Im}f(z)}\xi_{(L)}, \xi'_{(R)} = e^{-ip\mathrm{Im}f(z)}\xi_{(R)} \quad (2.5)$$

$$\chi^{I'} = e^{-iq\mathrm{Im}f(z)}\chi^{I}, \chi^{I^{*\prime}} = e^{-iq\mathrm{Im}f(z)}\chi^{I^*} \quad (2.6)$$

donde p y q son respectivamente los pesos de Kähler de los ξ y χ. Los campos bosónicos (2.1) son inertes bajo TK. Consecuentemente, para definir derivadas covariantes bajo TK se introduce la 1-forma Q llamada conexión de Kähler:

$$Q = \frac{1}{2i}(\partial_I G\, dz^I - \partial_{I^*} G\, d\bar{z}^{I^*}) \quad (2.7)$$

Quedan así definidas las curvaturas y las derivadas covariantes correspondientes al supermultiplete del gravitón y a los n-supermultipletes de materia de W-Z, sobre la única estructura geométrica determinada por el espacio fibrado B. Ellas están dadas por:

$$R^{ab} = d\omega^{ab} - \omega^{ac} \wedge \omega_c{}^{b} \quad (2.8a)$$

$$R^{a} = dv - \omega^{ab} \wedge V_b - i\bar{\xi}_{(R)} \wedge \gamma^a \xi_{(L)} \quad (2.8b)$$

$$\rho_{(L)} = \nabla \xi_{(L)} \quad (2.8c)$$

$$dz^I \equiv dz^I \quad (2.8d)$$

$$\nabla \chi^I \equiv \nabla \chi^I \quad (2.8e)$$

donde en las Ecs. (2.8a-c) se reconocen las curvaturas correspondientes al supergrupo de Poincaré. Las Ecs. (2.8c,e) para las derivadas covariantes completas de $\xi_{(L)}$ y χ^I las cuales tienen en cuenta las TL, las THGC y las TK sobre la variedad $\mathcal{M}$ se escriben:

$$\nabla \xi_{(L)} = d\xi_{(L)} - \frac{1}{4}\omega^{ab} \wedge \gamma_{ab}\xi_{(L)} + ipQ \wedge \xi_{(L)} \quad (2.9)$$

$$\begin{aligned} \nabla \chi^I = d\chi^I - \frac{1}{4}\omega^{ab}\gamma_{ab}\chi^I + \\ + \left\{ \begin{matrix} I \\ J\,K \end{matrix} \right\} dz^J \chi^K - ipQ\chi^I \end{aligned} \quad (2.10)$$

y expresiones análogas para $\xi_{(R)}$ and χ^{I^*}.

En la Ec (2.10) el símbolo $\left\{ \begin{matrix} I \\ J\,K \end{matrix} \right\} = g^{IL^*}\partial_J\, g_{KL^*}$ es la conexión de Kähler-Riemann y $g_{IJ^*} = \partial_I \partial_{J^*} G(z,\bar{z})$ $(g_{IJ^*} = (g_{IJ^*})^* = g_{I^*J})$ es la métrica de Kähler, la cual es invariante bajo la TK (2.4). Además la curvatura de Kähler-Riemann se define: $R_{J^*IL^*K} = g_{ML^*}R_{J^*I}{}^{M}{}_{K} = g_{ML^*}\partial_{J^*}\{^{M}_{IK}\}$.

En una formulación geométrica la densidad Lagrangiana del sistema se construye consistentemente con la solución de las identidades de Bianchi, las cuales se obtienen a partir de (2.8) por diferenciación externa. Las identidades de Bianchi se resuelven hallando las llamadas soluciones rehonómicas para las curvaturas (2.8)[13]. Las soluciones rehonómicas básicas son:

$$R^a = 0 \quad (2.11)$$

$$dz^I = Z^I{}_a V^a + \bar{\chi}^I \xi_{(L)} \quad (2.12)$$

y una ecuación análoga para $d\bar{z}^{I^*}$.

Como es conocido la Ec. (2.11) para la torsión, nos permite resolver la conexión espinorial $\omega^{ab} = \omega^{ab}(V^a, \xi_{(L)}, \xi_{(R)})$. La Ec. (2.12) nos dice que dz^I no es independiente, sino que puede ser descompuesto según la base completa (V^a,ξ) de $R^{4/4}$. O sea ambas ecuaciones establecen que ω^{ab} y la componente bosónica (O-forma) $Z^I{}_a$ de la derivada espacio-tiempo de Z^I son campos no propagantes. Es decir ellos se pueden escribir en función de los campos propagantes

$$(V^a, \xi_{(L)}, \xi_{(R)}).$$

III. FORMALISMO

Para construir el formalismo Lagrangiano es necesario tener en cuenta un conjunto de principios geométricos constructivos análogos a los utilizados en variedades con estructura de grupo[13,16]. La densidad Lagrangiana más general que verifica tales requerimientos se escribe:

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_{\mathrm{inv}} + \Delta\mathcal{L}, \quad (3.1)$$

donde:

$$
\begin{aligned}
\mathscr{L}_{inv} &= R^{ab}\wedge V^{c}\wedge V^{d}\varepsilon_{abcd} - 4(\overline{\xi}_{(R)}\wedge\gamma^{a}\rho_{(L)} + \\
&+\frac{i}{3}g_{IJ^*}(\chi^{-I}\gamma^{a}\nabla\chi^{J^*} + \chi^{-J^*}\gamma^{a}\nabla\chi^{I})\wedge V^{b}\wedge V^{c} \\
&\wedge V^{d}\varepsilon_{abcd} + \frac{2}{3}g_{IJ^*}[Z^{I}_{a}(d\overline{z}^{J^*} - \overline{\chi}^{J^*}\xi_{(R)}) + \overline{Z}^{J^*}_{a} \\
&(dz^{I} - \overline{\chi}^{I}\xi_{(L)})]\wedge V_{b}\wedge V_{c}\wedge V_{d}\varepsilon^{abcd} - \frac{1}{6}g_{IJ^*}Z^{I}_{c} \\
&\overline{Z}^{J^*}_{c}V_{a}\wedge V_{b}\wedge V_{c}\wedge V_{d}\varepsilon^{abcd} \\
&-2i\, g_{IJ^*}dz^{I}\wedge\overline{\chi}^{J^*}\gamma_{ab}\xi_{(R)}\wedge V^{a}\wedge V^{b} + 2i\, g_{IJ^*} \\
&d\overline{z}^{J^*}\wedge\overline{\chi}^{I}\gamma_{ab}\xi_{(L)}\wedge V^{a}\wedge V^{b} + g_{IJ^*}R^{a}\overline{\chi}^{I}\gamma^{b}\chi^{J^*} \\
&\wedge V_{a}\wedge V_{b} + 2i\, g_{IJ^*}\overline{\chi}^{I}\gamma_{a}\xi_{(R)}\wedge\gamma_{b}\xi_{(L)}\wedge V_{a}\wedge V_{b} \\
&-\frac{1}{48}\varepsilon_{abcd}V^{a}\wedge V^{b}\wedge V^{c}\wedge V^{d}\overline{\chi}^{I}\gamma_{c}\chi^{J^*}\overline{\chi}^{K}\gamma^{c}\chi^{L^*} \\
&(g_{IJ^*}g_{KL^*} + R_{J^*IL^*K})
\end{aligned}
\tag{3.2}
$$

y

$$
\begin{aligned}
\Delta\mathscr{L} &= -4(S\overline{\xi}_{(R)}\wedge\gamma_{ab}\xi_{(R)} + S^{*}\overline{\xi}_{(L)}\wedge\gamma_{ab}\xi_{(L)}) \\
&\wedge V^{a}\wedge V^{b} + (\mathscr{F}_{I}\overline{\chi}^{I}\gamma_{a}\xi_{(R)} + \mathscr{F}_{I^*}\overline{\chi}^{I^*}\gamma_{a}\xi_{(R)}) \\
&\wedge V_{b}\wedge V_{c}\wedge V_{d}\varepsilon^{abcd} + \varepsilon_{abcd}V^{a}\wedge V^{b}\wedge V^{c}\wedge V^{d} \\
&(m_{IJ}\overline{\chi}^{I}\chi^{J} + m_{I^*J^*}\overline{\chi}^{I^*}\chi^{J^*} - W).
\end{aligned}
\tag{3.3}
$$

En la ec. (3.3) S, $\mathcal{F}_I$, m_{IJ}, y W son funciones del potencial de Kähler $G(z,\overline{z})$[13]. En la Ec. (3.1), la parte $\mathcal{L}_{inv}$ es invariante bajo TL, TK y THGC. La parte $\Delta\mathcal{L}$ no es invariante bajo TK y ella es importante cuando se estudia el mecanismo de super Higgs.

A partir de (3.1) se construye el formalismo canónico exterior (FCE),análogamente como fuera introducido en Refs.[18,19]. En el FCE de primer orden el conjunto de campos independientes es:

$$
\mu^{A} \equiv (V^{a}, \omega^{ab}, \xi^{\alpha}_{(L)}, \xi^{\alpha}_{(R)}, z^{I}, \overline{z}^{I^*}, \chi^{I\alpha}, \chi^{I^*\alpha}, Z^{aI}, \overline{Z}^{aI^*}),
\tag{3.4}
$$

y los correspondientes momentos son:

$$
\pi_{A} \equiv (\pi_{a}, \pi_{ab}, \overline{\pi}_{(L)\alpha}, \overline{\pi}_{(R)\alpha}, \pi_{I}, \overline{\pi}_{I^*}, \overline{\theta}_{I\alpha}, \overline{\theta}_{I^*\alpha}, P_{aI}, \overline{P}_{aI^*}).
\tag{3.5}
$$

Siguiendo el método desarrollado en Ref.[19], para el sistema acoplado bajo consideración el Hamiltoniano extendido resulta ser:

$$
H_{E} = H_{can} + \Lambda^{A}\wedge\Omega_{A},
\tag{3.6}
$$

donde $H_{can} = d\mu^{A}\wedge\pi_{A} - \mathcal{L}(\mu,\Lambda)$ está dada por:

$$
\begin{aligned}
H_{can} &= \omega^{ae}\wedge\omega_{e}^{\ b}\wedge V^{c}\wedge V^{d}\varepsilon_{abcd} + 2i\omega^{ab}\wedge\overline{\xi}_{(R)} \\
&\wedge\gamma^{c}\overline{\xi}_{(L)}\wedge V^{d}\varepsilon_{abcd} + \frac{2}{3}g_{IJ^*}[Z^{I}_{a}\overline{\chi}^{J^*}\xi_{(R)} + \\
&+\overline{Z}^{J^*}_{a}\overline{\chi}^{I}\xi_{(L)}]\wedge V_{b}\wedge V_{c}\wedge V_{d}\varepsilon^{abcd} \\
&+\frac{1}{48}\varepsilon_{abcd}V^{a}\wedge V^{b}\wedge V^{c}\wedge V^{d}\overline{\chi}^{I}\gamma^{e}\chi^{J^*} \\
&\overline{\chi}^{K}\gamma_{e}\chi^{L^*}(g_{IJ^*}g_{KL^*} + R_{J^*IL^*K}) \\
&\frac{1}{6}g_{IJ^*}Z^{J}_{e}\overline{Z}^{J^*}_{e}V^{a}\wedge V^{b}\wedge V^{c}\wedge V^{d}\varepsilon_{abcd} \\
&+3i\, g_{IJ^*}\overline{\xi}_{(R)}\wedge\gamma^{a}\xi_{(L)}\wedge\overline{\chi}^{I}\gamma^{b}\chi^{J^*}\wedge V_{a}\wedge V_{b} \\
&+\Delta H,
\end{aligned}
\tag{3.7}
$$

y $\Delta H = -\Delta\mathcal{L}$. El Hamiltoniano (3.6) verifica $dH_E = 0$.

Los vínculos primarios de segunda clase resultan ser:

$$
\Omega_{a} = \pi_{a} - 2\omega^{bc}\wedge V^{d}\varepsilon_{abcd} - g_{IJ^*}\overline{\chi}^{I}\gamma^{b}\chi^{J^*}V_{a}\wedge V_{b} \approx 0
\tag{3.8a}
$$

$$
\Omega_{ab} = \pi_{ab} \approx 0
\tag{3.8b}
$$

$$
\Omega_{(L)} = \pi_{(L)} - 4\gamma_{a}\xi_{(R)}\wedge V^{a} \approx 0
\tag{.8c}
$$

$$
\Omega_{(R)} = \pi_{(R)} - 4\gamma_{a}\xi_{(L)}\wedge V^{a} \approx 0
\tag{3.8d}
$$

$$
\begin{aligned}
\Omega_{I}(z) &= \pi_{I}(z) - \frac{2}{3}g_{IJ^*}\overline{Z}^{J^*}_{a}V_{b}\wedge V_{c}\wedge V_{d}\varepsilon^{abcd} \\
&+2i\, g_{ij^*}\overline{\chi}^{J^*}\gamma_{ab}\xi_{(R)}\wedge V^{a}\wedge V^{b} - 2\partial_{I}G\overline{\xi}_{(R)} \\
&\wedge\gamma^{a}\xi_{(L)}\wedge V_{a} + \frac{1}{3}i\, g_{LJ^*}\overline{\chi}^{J^*}\gamma^{a}\{^{L}_{IK}\}\chi^{K}V^{b}\wedge V^{c} \\
&\wedge V^{d}\varepsilon_{abcd} - \frac{1}{6}i\, g_{LJ^*}\partial_{I}G\,\overline{\chi}^{J^*}\gamma^{a}\chi^{L}V^{b}\wedge V^{c} \\
&\wedge V^{d}\varepsilon_{abcd} \approx 0
\end{aligned}
\tag{3.8e}
$$

$$\Omega_{J*}(\bar{z}) = \bar{\pi}_{J*}(\bar{z}) - \frac{2}{3} g_{IJ*} Z^I_a V_b \wedge V_c \wedge V_d \varepsilon^{abcd}$$
$$-2i\, g_{Ij*} \overline{\chi}^{I*} \gamma_{ab} \xi_{(L)} \wedge V^a \wedge V^b - 2\partial_{J*} G \overline{\xi}_{(R)}$$
$$\wedge \gamma^a \xi_{(L)} \wedge V_a + \frac{1}{3} i\, g_{IL*} \overline{\chi}^I \gamma^a \{^{L*}_{I*\ K*}\} \chi^{K*} V^b \quad (3.8f)$$
$$\wedge V^c \wedge V^d \varepsilon_{abcd} - \frac{1}{6} i\, g_{IL*} \partial_{J*} G\, \overline{\chi}^I \gamma^a \chi^L V^b \wedge V^c$$
$$\wedge V^d \varepsilon_{abcd} \approx 0$$

$$\Omega_I(\chi) = \theta_I(\chi) - \frac{1}{3} i\, g_{IJ*} \gamma^a \chi^{J*} V^b \wedge V^c \wedge V^d \quad (3.8g)$$
$$\varepsilon_{abcd} \approx 0$$

$$\Omega_{J*}(\chi) = \theta_{J*}(\chi) - \frac{1}{3} i\, g_{IJ*} \gamma^a \chi^I V^b \wedge V^c \wedge V^d \quad (3.8h)$$
$$\varepsilon_{abcd} \approx 0$$

$$\Omega_{aI}(Z) = P_{aI} \approx 0 \quad (3.8i)$$

$$\Omega_{aI*}(\overline{Z}) = P_{aI*} \approx 0 \quad (3.8j)$$

Las ecuaciones de movimiento de la teoría se hallan calculando explícitamente los paréntesis entre formas que aparecen en las siguientes ecua-ciones para los vínculos:

$$d\Omega_A = (\Omega_A, H_E) \approx 0 \quad (3.9)$$

Finalmente, para pasar al formalismo Hamiltoniano en componentes, de segundo orden, se deben usar las Ecs. (2.11) y (2.12) y eliminar ω^{ab} y Z^I_a como campos independientes. Luego se lleva a cavo la descomposición espacio-tiempo y se calcula el Hamiltoniano usual $\mathcal{H}$ (generador de evoluciones temporales) dado por la ecuación:

$$\int_{M^4} (\mathcal{H}_{can} + \Lambda^A \wedge \Omega_A) = \int dx^\circ \wedge \mathcal{H}. \quad (3.10)$$

Se demuestra que:

$$\mathcal{H} = \int [\frac{1}{2} \omega_\circ^{ab} \mathcal{H}_{ab}(x) + V^a_\circ \mathcal{H}_a(x) + \quad (3.11)$$
$$+ \overline{\mathcal{H}}(x)_{(R)} \xi_{(L)\circ} + \overline{\mathcal{H}}(x)_{(L)} \xi_{(R)\circ}] d^3x,$$

donde $\mathcal{H}_\Lambda = \{\mathcal{H}_{ab}, \mathcal{H}_a, \overline{\mathcal{H}}_{(R)}, \overline{\mathcal{H}}_{(L)}\}$ es el conjunto de vínculos de primera clase que determinan todas las simetrías de medida del Hamil-toniano. Ellos clausuran el siguiente álgebra de vínculos:

$$[\mathcal{H}_\Sigma(x), \mathcal{H}_\theta(y)] = \Delta^\Lambda_{\Sigma\theta} \mathcal{H}_\Lambda(y) \quad 3.12)$$
$$\delta(x - y).$$

En la Ec.(3.12) se escribió: $\Delta^\Lambda{}_{\Sigma\theta} = R^\Lambda{}_{\Sigma\theta} - C^\Lambda{}_{\Sigma\theta}$ para las curvaturas $R^\Lambda{}_{\Sigma\theta}$ y constantes de estructura de Poincaré $C^\Lambda{}_{\Sigma\theta}$.

Los corchetes de Dirac, $[\ ,\ ]^*$ para este sistema vinculado, se calculan a partir de los vínculos de segunda clase nos provee el FCE y utilizando la ecuación:

$$[F,G]^* = [F,G] - [F,\Phi_\Sigma] C^{\Sigma\Lambda} [\Phi_\Lambda, G]. \quad (3.13)$$

En (3.13) F y G son dos funcionales genéricas y $\Phi_\Lambda = \Omega_{\Lambda|\Sigma}$ son los vínculos proyectados sobre la superficie espacial Σ. Calculando los elementos de matriz $C^{\Sigma\Lambda}$ de la matriz inversa a la determinada por los corchetes de Poisson entre los vínculos secundarios, es posible determinar los corchetes de Dirac entre los componentes campo-campo, campo-momento y momento-momento.

Concluyendo, esto nos muestra cómo el FCE sobre una variedad de Kähler provee un método poderoso para estudiar el formalismo Hamiltoniano de segundo orden de un sistema supersimétrico acoplado.

REFERENCIAS

1. S. Ferrara, F. Gliozzi, J. Scherk and P. Nieuwenhuizen, Nucl. Phys. B **117**, 333 (1978).
2. E. Cremmer and B. Julia, Nucl. Phys. B **159**, 141 (1979).
3. ⁻ Zumino, Phys. Lett. B **87**, 203 (1979).
4. L. Alvarez-Gaumé and D. Freedman, Comm. Math Phys **80**, 443 (1981).
5. E. Cremmer, S. Ferrara, L. Girardello and A. van Proeyen, Phys. B **211**, 302 (1983).
6. J. Bagger and E. Witten, Phys. Lett. B 115 202 (1982); Nucl. Phys. B **211**, 302 (1983).
7. J. Bagger, Nucl. Phys. B **211**, 302 (1983).
8. S. Cerotti, S. Ferrara and L. Girardello Phys. Lett. B **187**, 321 (1987).
9. L. Castellani, A. Cersole, R. D' Auria, S. Ferrara, P. Fré and E. Maina, Nucl. Phys. B **286**, 317 (1986).
10. R.E.C. Perret, Class Quantum Grav. **5**, 1115 (1988).

11. A. Strominger, Comm. Math. Phys **133**, 163 (1990).
12. L. Castellani, R. D' Auria and S. Ferrara, Phys. Lett. B **241**, 57 (1990); Class. Quantum Grav. 7 1767 (1990).
13. L. Castellani, R. D' Auria and P. Fré, *"Supergravity and Superstrings: A Geometric Perspective"* (World Scientific, 1991).
14. K. Galicki. Class. Quantum Grav. **9**, 27 (1992).
15. Y. Ne'eman and T. Regge, Phys. Lett. B 74 (1978); Riv. Nuovo Cimento **1**, 1 (1978).
16. L. Castellani, R. D' Auria and P. Fré, *"Supersymmetry and Supergravity 83"*, ed. B. Milewski (World Scientific, 1983).
17. S. Chern, *"Complex Manifolds Without Potential Theory"* (Springer-Verlag, New York 1979); R. Wells, *"Dinfferential Analysis on Complex Manifolds"* (Springer-Verlang, New York 1980).
18. A. D'Adda, J. E. Nelson and T. Regge, Ann. Phys (NY) **165**, 384 (1985).
19. A. Foussats and O. Zandron, Int. J. of Md. Phys A **5**, 725 (1990).