EFECTO DE UN CAMPO MAGNETICO EN LA VISCOSIDAD DE UN LIQUIDO POLAR ISOTROPICO

A.Fornés,
Dirección de Estudios Tecnológicos e Investigación, Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional de Cuyo, C.C. 405, 5500 Mendoza.

En este trabajo se presenta un modelo cualitativo y aproximado que avala los fenómenos magnetoviscosos observados en líquidos polares isótropos, basado en la hipótesis de una orientación molecular debido a la acción del campo magnético sobre las cargas del dipolo eléctrico en movimiento.

INTRODUCCION

El problema de la viscosidad de fluídos con campos magnéticos ha sido ampliamente estudiado, tanto experimental como teóricamente en cristales líquidos[1,2,3], en gases a bajas presiones [4,5,6] y en ferrofluídos[7], pero poco se encuentra en la literatura sobre este efecto en líquidos isótropos [8,9].

En ella Hess demuestra que cuando se aplica un campo magnético perpendicular al fluído y paralelo al gradiente de velocidades, el momento dipolar magnético sufre un torque que hace que las moléculas tiendan a orientarse en la dirección del campo. Si éstas tienen forma alargada, se producirá un aumento de la viscosidad con respecto al estado isótropo; lo contrario sucedería si el campo aplicado fuera paralelo a la velocidad, o perpendicular tanto a la velocidad como al gradiente de velocidades.

Sin embargo, los datos experimentales obtenidos en n-octanol[10] y n-butanol, muestran una disminución de la viscosidad con el campo para el primer caso. Ello se explica en el presente trabajo considerando que, en los trabajos de Hess, se han omitido los efectos debido a la fuerza de Lorentz y la orientación que produce en las moléculas el flujo viscoso.

Sobre la molécula diamagnética aparecerán torques debido a la fuerza de Lorentz que actúa sobre las cargas en movimiento del dipolo eléctrico y a la fuerza viscosa, que tenderán a reorientar las moléculas sobre el plano perpendicular al gradiente de velocidades en la dirección del flujo.

TEORIA

Un líquido isótropo y diamagnético, al entrar en una región donde existe un campo magnético, genera un momento dipolar inducido que tiende a oponerse al mismo.

Si, además, tiene un momento dipolar eléctrico permanente, el campo magnético actuará sobre él ejerciendo un toque, ya que considerará a cada carga del dipolo como una carga individual en movimiento, y por ende tenderá a hacer rotar a la molécula:

$$\mathbf{M}_e = \mathbf{p} \wedge (\mathbf{v} \wedge \mathbf{B}_M) \tag{1}$$

donde $\mathbf{p}$ es el momento dipolar eléctrico de la molécula y $\mathbf{B}_m$ el campo molecular de Debye: $\mathbf{B}_m = \mathbf{B}_{ext} + (1/3)\, X_M \mathbf{H}$.

Si hacemos coincidir el eje z de nuestro sistema de referencia con la dirección del campo, las componentes del torque estarán dadas por:

$$\mathbf{M}_e = -v_1\, Bp_e \cos\theta_3\, \mathbf{i} + v_2\, Bp_e \cos\theta_3\, \mathbf{j} + (v_1\, Bp_e \cos\theta_1 - v_2\, Bp_e \cos\theta_2)\, \mathbf{k} \tag{2}$$

siendo los θ_i los ángulos de Euler que forma el momento dipolar con un sistema de referencia fijo al laboratorio, y que hasta tanto lleguen a su posición de equilibrio serán funciones del tiempo.

En estado estacionario, este torque será equilibrado por el que ejerza la fuerza viscosa sobre el dipolo, y por el que ejerza el campo magnético sobre el momento dipolar magnético que tiende a ser cambiado de posición (esta es una forma figurativa de calcularlo, ya que en realidad el momento inducido siempre estará en la dirección del campo y lo que sucederá es, tal vez, un cambio en su susceptibilidad magnética)

$$\mathbf{M}_e + \mathbf{M}_B + \mathbf{M}_v = 0 \tag{3}$$

La fuerza viscosa por unidad de volumen está dada por:

$$\mathbf{F}_v = \eta \nabla^2 \ v^{[ii]} \tag{4}$$

entonces, sobre cada dipolo la viscosidad ejercerá una fuerza igual a:

$$F_{vi} = (\eta/N)\ \partial^2 v_j / \partial x_k \partial x_k \tag{5}$$

donde N es el número de dipolos por unidad de volumen. En función de sus componentes es:

$$F_{vi} = (\eta_{ef}/ N)\ (\partial^2 v / \partial x_k \partial x_k) \tag{6}$$

donde los subíndices repetidos indican sumatoria.

En base a ello las componentes del torque viscoso serán:

$$M_{1v} = (\eta r/N)\ [\cos\theta_2\ (\partial^2 v_3 /\partial x_k \partial x_k) - \cos\theta_3\ (\partial^2 v_2 /\partial x_k \partial x_k)] \tag{7}$$

$$M_{2v} = (\eta r/N)\ [\cos\theta_3\ (\partial^2 v_1 /\partial x_k \partial x_k) - \cos\theta_1\ (\partial^2 v_3 /\partial x_k \partial x_k)] \tag{8}$$

$$M_{3v} = (\eta r/N)\ [\cos\theta_1\ (\partial^2 v_2 /\partial x_k \partial x_k) - \cos\theta_2\ (\partial^2 v_1 /\partial x_k \partial x_k)] \tag{9}$$

siendo r la longitud de la molécula.

Podemos considerar al torque restaurador sobre el dipolo magnético:

$$\mathbf{M}_m = - p_m\ B\ \cos\theta_2\ \mathbf{i} + p_m\ B\ \cos\theta_1\ \mathbf{j} \tag{10}$$

Cuando las moléculas se encuentren en equilibrio:

$$-v_1 p_e\ B\ \cos\theta_3 - \eta r/N\ [\cos\theta_2\ (\partial^2 v_3 /\partial x_k \partial x_k) - \cos\theta_3\ (\partial^2 v_2 /\partial x_k \partial x_k)] = 0 \tag{11}$$

$$v_2 B p_e \cos\theta_3 - B p_m \cos\theta_1 - \eta r/N\ [\cos\theta_3\ (\partial^2 v_1 /\partial x_k \partial x_k) - \cos\theta_2\ (\partial^2 v_3 /\partial x_k \partial x_k)] = 0 \tag{12}$$

$$v_1 B p_e \cos\theta_1 - v_2\ B p_e \cos\theta_2 - \eta r/N\ [\cos\theta_1\ (\partial v_2 /\partial x_k \partial x_k) - \cos\theta_2\ (\partial v_1 /\partial x_k \partial x_k)] = 0 \tag{13}$$

Como ejemplo, supongamos un flujo de Couette con la velocidad en el sentido de las x y el gradiente de velocidades paralelo al campo ($v_1 = v_x$; $v_2 = v_3 = 0$)

$$\partial^2 v_1/\partial x_k \partial x_k = d^2 v/dz^2\ ;$$

$$\partial^2 v_2 /\partial x_k \partial x_k = 0 \quad \text{y}$$

$$\partial^2 v_3/\partial x_k \partial x_k = 0$$

En estas condiciones las ecuaciones (11) a (13) quedan convertidas en:

$$-v_1 B p_e \cos\theta_3 - p_m\ B\cos\theta_2 = 0 \tag{14}$$

$$B p_m \cos\theta_1 - (\eta r/N)\ (d^2 v_1 /dz^2)\ \cos\theta_3 = 0 \tag{15}$$

$$v_1 B p_e \cos\theta_1 + (\eta r/N)\ \cos\theta_2\ (d^2 v_1 /dz^2) = 0 \tag{16}$$

Si además resolvemos la ecuación de Navier-Stockes para esta geometría, obtenemos:

$$d^2 v_1 /dz^2 = k\eta \tag{17}$$

Resolviendo:

$$\cos\theta_1 = - (rk/NBv_1 p_e)\ .\ \left[\frac{1}{1 + (rk / 4NBv_1\ p_e)^2 + (p_m/p_e\ v_1)^2} \right] \tag{18}$$

$$\cos\theta_2 =$$

$$= \left[\frac{1}{1 + (rk / 2NBv_1\, p_e)^2 + (p_m/p_e\, v_1)^2} \right]^{\frac{1}{9}}$$

$$\cos\theta_3 = p_m/p_e\, v_1 \cdot$$

$$\cdot \left[\frac{1}{1 + (rk / 2NBv_1\, p_e)^2 + (p_m/v_1\, p_e)^2} \right] \qquad (20)$$

Como puede observarse, al tener en cuenta el torque que actúa sobre el dipolo eléctrico y la orientación que produce el flujo de un medio viscoso, las moléculas tenderán a orientarse sobre el plano perpendicular al campo aplicado, formando con el eje *y* un ángulo distinto de cero, que dependerá de la velocidad del fluído y del momento dipolar eléctrico.

Al tener las moléculas un ordenamiento, se comportarán, mientras estén bajo la acción del campo, como un cristal líquido nemático, y por lo tanto tendrán menor viscosidad mientras mayor sea el ángulo θ_3.

BIBLIOGRAFIA

1. Stephen et al., Rev of Mod. Phys., Vol 46, 618, (1974).
2. Hardouin et al., J.of Polymers Scien. Vol 20, 975 (1982).
3. Molet et al., Le J.de Phys., T 36, L 317 (1975).
4. Mazur et al. Physica 121 A, 457 (1983).
5. Breunesse et al. Physica; 126A, 66 (1984).
6. Breunesse et al. Physica 126A, 87 (1984).
7. Kopcansky et al. Czchecoslovak J. of Phys., Vol B38 (1988).
8. Hess, Z Naturfosch, 39A, 22 (1983).
9. Hess, Z Naturfosch, 36A, 187 (1977).
10. A.Fornés, M.A.Salas y E.M. de Adén, Anales AFA, Vol.1, 297 (1989).
11. Landau y Lifschitz, *Mecánica de Fluídos*, Editorial MIR, 1974.