

ACELERACION DE DOS CAPAS, UNA SOLIDA Y OTRA GASEOSA, POR UNA PRESION CONSTANTE

L.Thomas¹, J.Diez¹.

*Instituto de Física Arroyo Seco, Facultad de Ciencias Exactas,
Universidad Nacional del Centro de la Provincia de Buenos Aires,
Pinto 399, 7000, Tandil*

En este trabajo se estudian las ondas de choque producidas en un sistema formado por dos capas planas, una sólida y otra gaseosa, cuando son empujadas hacia el vacío por un pistón que aplica una presión constante. Inicialmente se genera una onda de choque y luego ondas de rarefacción sobre cuyos perfiles no uniformes se forman nuevas ondas de choque. Las intensidades de éstas crecen a medida que recorren el sistema. La distribución de entropía resultante es no uniforme y una parte del gas adquiere entropía específica (temperatura) mucho más alta que el resto. Se encuentra una expresión analítica explícita para la distribución lagrangiana de entropía para un rango interesante de los parámetros. A partir de ella, se obtiene la masa del gas con alta entropía específica. Estos resultados son de interés para regular los parámetros de la zona de ignición en experimentos de fusión por confinamiento inercial.

Presentamos aquí el estudio detallado de la evolución fluidodinámica de una capa plana gaseosa empujada por un pistón cuando existe una capa sólida entre ambos. Comparamos la distribución final de entropía en el gas que se obtiene en este trabajo, con la que se consigue en casos que no poseen la capa sólida intermedia (ver Thomas y Diez, 1989a, 1989b, 1990).

Consideremos una capa sólida de densidad ρ_{s0} que se extiende desde $x = 0$ hasta $x = L_s$ y una capa de gas de densidad ρ_0 y ancho L_0 colocada a la derecha de la capa sólida. Las capas son empujadas desde la izquierda hacia el vacío por un pistón, inicialmente en $x = 0$, que mantiene una presión P para $t \geq 0$, generando una onda de choque en el sólido. En los casos de interés para la fusión por confinamiento inercial (ICF) la energía dada al sólido por la presión externa es mayor que la energía asociada con las fuerzas de ligadura del material, y podemos suponer que el sólido se comporta como un gas ideal con un cociente de calores específico γ_s .

La onda de choque viaja a través del sólido dejando al material con una presión P , densidad $\rho_1 = (\gamma_s + 1)\rho_0 / (\gamma_s - 1)$ y velocidad $u_1 = [2P/\rho_0(\gamma_s + 1)]^{1/2}$. Llega a la interfase sólido-gas en $t = t_1$, reduciendo el espesor de la capa a L_1 . Para $t > t_1$, una onda de choque fuerte es transmitida en el gas y una onda de rarefacción es reflejada en el sólido (ver fig.1). Después de la interacción la presión y la velocidad son continuas

a través de la interfase, y sus valores p_i y v_i vienen dados por (Landau & Lifshitz, 1987),

$$\sqrt{\frac{2 p_i}{(\gamma+1)\rho_0}} = u_1 + \frac{2}{(\gamma_s-1)} c_{i1} \left[1 - \left(\frac{P_i}{P}\right)^{(\gamma_s-1)/(2\gamma_s)} \right] \quad (1)$$

donde γ es el cociente de calores específicos del gas. Con el valor p_i podemos calcular la densidad ρ_{is} y la velocidad c_{is} en la región próxima a la interfase del sólido.

La cabeza de la onda de rarefacción encuentra al pistón en $t_2 = t_1 + L_1 / c_1$, donde $c_1 = (\gamma P / \rho_1)^{1/2}$ (ver Fig.1). Las perturbaciones compresivas generadas por el pistón para $t > t_2$ viajan con velocidad $u + c$, donde u y c son las velocidades locales del fluido y del sonido, respectivamente, cuyas expresiones se obtienen de la solución para una onda de rarefacción centrada (Landau & Lifshitz, 1987). Como estas perturbaciones son compresivas y la densidad delante de ellas decrece con el tiempo, éstas finalmente colapsan en una onda de choque. El tiempo t_s y la posición x_s de la formación de la onda de choque pueden calcularse exactamente empleando el formalismo desarrollado por Greenspan y Butler (1962)

$$t_s = t_1 + (t_2 - t_1) \left[\frac{\gamma_s + 5}{\gamma_s + 1} \right]^{(\gamma_s+1)/4} \quad (2)$$

$$x_s = L_{s0} + \left(u_1 + \frac{2}{(\gamma_s-1)} c_{i1}\right) (t_s - t_1) - L_{s0} \left[\frac{\gamma_s + 5}{\gamma_s + 1} \right] \quad (3)$$

Con estas expresiones y los perfiles del flujo de rarefacción, se puede hallar la velocidad del sonido c_s

¹ Becario del CONICET

en x_c, t_c .

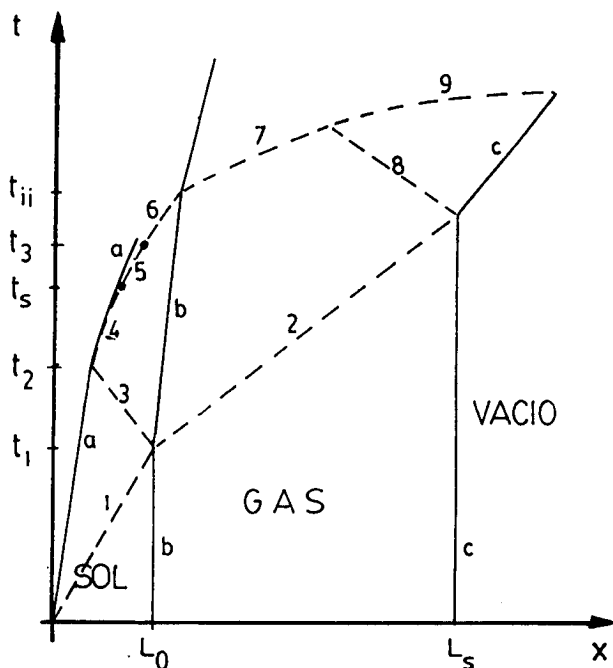


Fig 1: Diagrama x-t del flujo. Las líneas sólidas corresponden a las líneas horarias de las interfaces: a, pistón-sólido; b, sólido-gas; c, gas-vacío. Las líneas discontinuas corresponden a las líneas horarias de: 1, primera onda de choque en el sólido; 2, onda de choque transmitida en el gas; 3, cabeza de la onda de rarefacción; 4, frente de las perturbaciones compresivas generadas por el pistón; 5, onda de choque en el flujo de rarefacción del sólido; 6, la misma onda en la zona de distribuciones uniformes; 7, segunda onda de choque transmitida en el gas; 8, cabeza de la onda de rarefacción en el gas; 9, onda de choque en el flujo de rarefacción.

La evolución posterior de la onda de choque puede hallarse por medio del método CCW (Ches-ter, 1954; Chisnell, 1957; Whitham, 1958; Diez y Thomas, 1989a). En particular, pueden hallarse la presión p_3 en el tiempo t_3 (ver Fig. 1), en el cual la onda de choque encuentra la zona de perfiles uniformes al pie de la onda de rarefacción,

$$t_3 = t_1 + (t_s + t_1) \left[\frac{2}{1+1/M_3} \right]^{1/\beta}$$

$$p_3 = p_i \left[\frac{2\gamma_s}{\gamma+1} M_3^2 - \frac{\gamma_s-1}{\gamma_s+1} \right] \quad (4)$$

con

$$\beta = \frac{\gamma_s-1}{\gamma_s+1} \frac{1+\mu_0^{-1}}{1+2\mu_0^{-1}} \quad \mu_0 = \sqrt{(\gamma_s-1)/2\gamma_s}$$

$$M_3 = \left(\frac{c_s}{c_{is}} \right)^{(\gamma+1)\beta/(\gamma-1)} \quad (5)$$

Después de t_3 , la onda de choque viaja a través de un medio uniforme, pero las perturbaciones compresivas generadas por el pistón incrementan su amplitud. Simulaciones numéricas propias muestran que la onda de choque adquiere prácticamente la presión P , cuando llega a la interfase sólido-gas en t_{ii} . entonces para simplificar los cálculos, supondremos que la onda de choque tiene la presión P en dicho instante y que su velocidad D ha aumentado linealmente desde D_3 en t_3 hasta D_{ii} en t_{ii} . Por lo tanto,

$$t_{ii} = t_3 + 2 c_{is} (t_3 - t_1)/(D_{ii} + D_3) \quad (6)$$

siendo $D = [(\gamma_s+1)P/(2\rho_{is})]^{1/2}$ y $D_3 = [(\gamma_s+1)p_i/(2\rho_{is})]^{1/2}$ las velocidades de la onda de choque respecto del sólido.

Luego de la interacción onda de choque-interfase, se transmite al gas una segunda onda de choque y se refleja en el sólido una onda de rarefacción. Resolvemos nuevamente la ec. (1), y obtenemos la presión p_{ii} en la interfase. La segunda onda de choque también se intensifica, debido a que es alcanzada por las perturbaciones compresivas generadas en el pistón, pero el efecto de éstas es menor que antes de la interacción, ya que esta onda es más veloz en el gas que en el sólido. En consecuencia, supondremos que la amplitud de la onda de choque transmitida se mantiene constante.

Mientras tanto, el gas ha sido afectado por la primera onda de choque (uniforme) la cual, después de llegar a la interfase con el vacío, ha generado un flujo de rarefacción en el gas. Esta onda es imprescindible para la formación del perfil de entropía adecuado para los experimentos de ICF, y debe asegurarse que exista para cada serie de parámetros de los blancos empleados.

Después de la interacción de la segunda onda de choque en el sólido con la interfase sólido-gas, la onda de choque transmitida se encuentra con la cabeza de la onda de rarefacción en el gas. Para hallar la evolución de esta onda cuando viaja sobre el flujo de rarefacción, empleamos nuevamente el método CCW, obteniendo el número de Mach M de la onda de choque en función de la coordenada lagrangiana m , en la forma,

$$M = 2 \left(\frac{1-m_e}{1-m} \right)^\beta - 1 \quad (7)$$

siendo,

$$m = 1 - \int_{X(t)}^{X_v(t)} \rho(x,t) dx \quad (8)$$

donde $X_v(t)$ y $X(t)$ son las posiciones de la interfase gas-vacío y de la segunda onda de choque en el gas, respectivamente. La coordenada lagrangiana m_e indica dónde se encuentran la cabeza de la onda de rarefacción y la segunda onda de choque transmitida.

Empleando las expresiones exactas de Rankine-Hugoniot para el cociente de los parámetros en el frente de la onda, obtenemos la distribución de la función entropía $S = p/p^\gamma$

$$S = \left(\frac{\gamma-1}{\gamma+1} \right)^{\gamma+1} \left(\frac{2\gamma}{\gamma-1} M^2 - 1 \right) \left(1 + \frac{2M^2}{\gamma-1} \right) (p/p_1)^\gamma \quad (9)$$

La Fig.2 muestra una comparación entre la función entropía del gas que resulta del presente modelo (curva C de la figura) y las obtenidas en los casos en que la capa de gas es empujada por el pistón sin la capa sólida, aplicando: (a) una presión constante (Diez & Thomas, 1989 a) y (b) un prepulso ($p_1 < P$, $t \leq T$) y el pulso de presión P para $t \geq T$ (Thomas & Diez, 1989 b).

Notemos que el efecto de la capa sólida sobre la distribución final de entropía en el gas, es similar al efecto producido por el prepulso: se reduce la función entropía en aproximadamente un orden de magnitud. En el caso que estamos tratando, esta reducción se debe a la presencia de la interfase sólido-gas, la cual reduce las intensidades de las ondas de choque transmitidas al gas, generando en definitiva menor entropía.

En resumen, hemos estudiado la secuencia de ondas de choque que ocurren en las capas sólida y gaseosa cuando son empujadas hacia vacío por una presión constante. El modelo permite obtener los perfiles de la función entropía S en el gas, después de que ha sido atravesada por las dos primeras ondas de

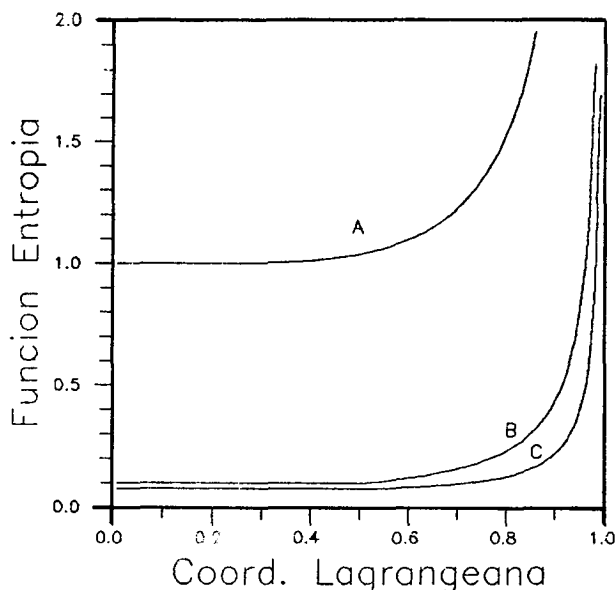


Fig.2: Distribución lagrangiana de la función entropía que resulta del presente trabajo, curva C. La curva A corresponde al caso sin capa sólida y la B al caso en el cual se ha aplicado previamente un prepulso.

choque, las cuales constituyen la principal fuente de generación de entropía para las aplicaciones de interés.

REFERENCIAS

- Diez, J.A. and Thomas L.P., *Phys. Fluids A* **1**, 1426 (1989a)
 Thomas L.P. and Diez, J.A., *Plasma Phys. and Contr. Fusion* **31**, 1951 (1989b)
 Thomas L.P. and Diez, J.A., *Proc. of IV Latin American Workshop on Plasma Physics*, pág. 183, Buenos Aires, July 16-27 (1990)
 Landau, L.D. and Lifshitz, E.M., *Fluid Mechanics*, Pergamon Press, 2nd. Ed. (1987)
 Greenspan, H. and Butler, D., *J. Fluid Mech.* **13**, 101 (1962)
 Chester, W., *Philos. Mag.* **45**, 1293 (1954)
 Chisnell, R.F., *J. Fluid Mech.* **2**, 286 (1957)
 Whitham, R.B., *J. Fluid Mech.* **4**, 333 (1958)

CEILAP
 CITEFA - CONICET
 ZUFRIATEGUI Y VARELA
 1603 VILLA MARTELLI
 REPUBLICA ARGENTINA