FUNCION DE PARTICION PARA TEORIAS DE SUPERCUERDAS N=2 SOBRE EL TORO

G.Aldazabal, I.Allekotte*

Centro Atómico Bariloche e Instituto Balseiro, Comisión Nacional de Energía Atómica y Universidad Nacional de Cuyo, CC439, 8400 San Carlos de Bariloche.

M.Bonini

International Centre for Theoretical Physics, I- 34100 Trieste, Italia.

C.Núñez*

Instituto de Astronomía y Física del Espacio, CC67, Sucursal 28, 1428 Buenos Aires.

Construimos explícitamente la función de partición a primer orden invariante modular y supersimétrica, para los modelos de Gepner de supercuerdas, en 4 dimensiones. Empleando una identidad generalizada de Riemann mostramos que se anula.

La teoría de supercuerdas es consistente en 10 dimensiones espacio-templorales. Mediante la compactificación, 6 de las 10 dimensiones dan lugar a una variedad interna del tamaño de la inversa de la masa de Planck M_P. A energías inferiores a M_P, la teoría total es una teoría efectiva en 4 dimensiones, con interacciones generadas por la compactificación. Un interesante esquema de compactificación fue propuesto por D. Gepner[1], tomando para la variedad interna un producto tensorial de teorías minimales N=2 superconformes, tal que la carga central interna sea

$$c_i = \sum_{i=1}^{r} 3\,\frac{(m_i-2)}{m_i} = 9 \tag{1}$$

Los grados de libertad espacio-temporales contribuyen con una carga central $c_{ET}=3$, de modo de obtener una teoría con carga central total $c_T=12$, libre de anomalías.

En este trabajo presentamos una construcción explícita y general de la función de partición a un lazo para el caso general de r teorías internas que satisfacen la condición (1). Para ello, utilizamos el formalismo de gas de Coulomb desarrollado en [2] y los caracteres de las representaciones unitarias de las teorías superconformes N=2 obtenidos en [3].

La forma general del carácter de la teoría total con $c_T=12$ es el producto de los caracteres de cada una de las teorías internas por la contribución espacio-temporal:

$$\chi_{jk}^{A+(m)}(\tau,z) = \frac{\theta[^0_0]\,(\tau,z)}{\eta(\tau)} \prod_{i=1}^{r} \chi_{j_i k_i}^{A+(m_i)}(\tau,z) \tag{2}$$

donde j_i, k_i $Z+1/2$, $0<j_i,k_i,j_i+k_i\leq m-1$, y A^+ indica el sector NS+. Los caracteres correspondientes a los otros sectores se pueden obtener a partir de (2) reemplazando z por z+1/2, z+τ/2, z+τ/2+1/2. Empleando las expresiones obtenidas en (2) para los caracteres de cada una de las teorías internas, éstos pueden escribirse como

$$\chi_{q,1}(\tau,z) = f_1(\tau)\,\frac{\theta[^0_0](\tau,z)}{\theta[^{(-q-1+m)/2m}_{0}]\,(m\tau,z)\;\theta[^{(-q+1-m)}_{0}]\,(m\tau,z)} \tag{3}$$

donde l=j+k, q=j-k y $f_1(\tau)$ es una función independiente de q y z.

La manera de obtener un carácter supersimétrico es sumar sobre todos los sectores de la teoría, NS+, NS-, R+, R-, de la siguiente manera (para el caso de r teorías iguales):

$$\chi_{jk}^{SUSY}(\tau,z) = \sum_{n=0}^{2m-1}\sum_{n=0}^{2m-1} (-1)^{n+s}\; x^{n^2 c_T/24}\,\chi_{jk}^{A+}(\tau,z+nt/2+s/2) \tag{4}$$

Ahora es posible combinar los sectores derecho e izquierdo de manera de obtener la función de partición total, con invariancia modular y supersimetría

---

* Investigador CONICET

explícitas:

$$Z(\tau,\bar{\tau}) = \sum_{lq\bar{l}\bar{q}} N_{lq\bar{l}\bar{q}} \; \chi_{\bar{l}\bar{q}}^{SUSY}(\tau) \; \chi_{\bar{l}\bar{q}}^{SUSY}(\bar{\tau}) \qquad (5)$$

Los coeficientes modulares $N_{lq\bar{l}\bar{q}}$ [4]$=\prod_i N_{l_iq_i\bar{l}_i\bar{q}_i}$, aseguran la invariancia modular de la combinación. Eligiendo

$$N_{lqlq} = \delta(l-\bar{l}).\delta(q-\bar{q}) = 1/4m^2 \sum_{\alpha,\beta=0}^{2m-1} e^{i\pi\alpha(q-\bar{q})/m} e^{i\pi\beta(l-\bar{l})/m} \qquad (6)$$

es posible separar la parte holomorfa de la antiholomorfa

$$Z(\tau,\bar{\tau}) = \prod_{i=1}^{r} \left\{ 1/4m^2 \sum_{\alpha_i,\beta_i=0}^{2m-1} \right\} Z_L(\tau,\alpha_i,\beta_i) \, \bar{Z}_R(\bar{\tau},\bar{\alpha}_i,\beta_i) \qquad (7)$$

Expresando Z_L como combinación lineal de productos de funciones θ, se puede emplear una identidad de Riemann generalizada(similar a la encontrada en [5]) para probar que la función de partición total se anula.

En efecto, se puede mostrar, empleando diversas propiedades de las funciones θ, que Z_L es combinación de factores de la forma

$$\tilde{Z}_L(\tau) = \sum_{s=0}^{2m-1} \sum_{n=0}^{1} (-1)^{n+s} \, \theta[{}^{n/2}_{s/2}] \, (\tau,0) \; \times$$

$$\times \prod_{i=1}^{r} \prod_{a=0}^{m-3} \theta[{}^{n/2}_{s/2m}] \, (\tau/m, \alpha^a_i/m) \, e^{-2i\pi n \sum \alpha_i c_i/6} \qquad (8)$$

La siguiente identidad de Riemann generalizada [5]

$$\sum_{s=0}^{2m-1} (-1)^s \, \theta^{(4m)}[{}^{0}_{s/2m}](\tau/m,X) =$$

$$= \sum_{s=0}^{2m-1} (-1)^s \, \theta^{(4m)}[{}^{1/2}_{s/2m}](\tau/m,TX) \qquad (9)$$

donde $(TX)_i = X_i - 1/2m \sum_j X_j$, permite mostrar, con una adecuada elección de los X_i, que Z_L=O.

La generalización de este resultado al caso de r teorías internas distintas fue realizada en [6]. Los resultados allí obtenidos son fácilmente aplicables para mostrar que las funciones de partición para los modelos de Gepner en 6 y 8 dimensiones espacio-temporales también se anulan.

REFERENCIAS

[1] D.Gepner, Nucl. Phys. B296 (1988) 757; Spring School in Superstrings (Trieste,Abril 1989)

[2] T.Jayaraman, M.A.Namazie, K.S.Narain, C.Nuñez, M.H.Sarmadi: preprint RAL-89-094 (1989), por aparecer en Nucl.Phys.B.

[3] Y.Matsuo, Prog. Theor. Phys. 77 (1987) 793.

[4] D.Gepner and Z.Qiu, Nucl. Phys. B285 [FS19] (1987) 432.

[5] S.K.Han, Phys.Rev. D39 (1989) 2322

[6] G.Aldazabal, I.Allekotte, M.Bonini y C.Nuñez, preprint ICTP IC/90/109, por aparecer en Phys. Lett. B.