

# DESCRIPCION TDHB DE UN MODELO BOSONICO DE DOS NIVELES

**M. C. Cambiaggio\***

*Departamento de Física, Comisión Nacional de Energía Atómica  
Av. Libertador 8250, 1429 Buenos Aires*

**G. G. Dussel\* y J. A. Ramírez**

*Departamento de Física, Facultad de Ciencias Exactas y Naturales  
Universidad de Buenos Aires, Pabellón I, Ciudad Universitaria, 1428 Buenos Aires*

Se aplicó el método de Hartree-Bose-Bogoliubov dependiente del tiempo a un modelo bosónico de dos niveles con una interacción de apareamiento. Se estudiaron las transiciones de fase entre condensados de bosones y condensados de pares de bosones.

Se aplicó la aproximación de Hartree-Bose-Bogoliubov dependiente del tiempo (TDHBB) a un modelo bosónico de dos niveles<sup>1</sup> que tiene dos fases diferentes, una correspondiente a un condensado de bosones (fase normal) que puede asimilarse a núcleos esféricos y otra correspondiente a un condensado de pares de bosones (fase superconductor) que puede representar sistemas en los cuales el estado fundamental tiene un gran número de conglomerados tipo alfa, situación similar a la que se da en números deformados.

En el modelo estudiado, los niveles tienen degeneraciones 2 y 2R, siendo D su diferencia de energía. El hamiltoniano residual considerado es del tipo de apareamiento y tiene solamente términos no diagonales.

Tenemos

$$H = \frac{D}{2} \left[ \sum_{m=1}^R (\gamma_m^\dagger \gamma_m + \gamma_m^\dagger \gamma_m) - (\gamma_0^\dagger \gamma_0 + \gamma_0^\dagger \gamma_0) \right] - G \sum_m \gamma_m^\dagger \gamma_m^\dagger \gamma_0 \gamma_0 + h.c$$

donde  $\gamma_0^\dagger (\gamma_m^\dagger)$  crea un bosón en el nivel inferior (superior) y G es la constante de interacción. El parámetro de interacción apropiado<sup>1</sup> para el estudio del límite  $R \gg M$  es

$$\epsilon = \frac{D}{G\sqrt{RM}}$$

donde M es el número total de pares de bosones. Se encuentra una transición de fase para el estado fundamental en  $\epsilon = -1$ . Esto significa que para  $\epsilon \geq -1$  el estado fundamental está en la fase normal, mientras que para  $\epsilon < -1$  resulta superconductor.

Para aplicar la aproximación de TDHBB<sup>2</sup> tene-

mos en cuenta que el grupo generado en el modelo es  $SU(1,1) \times SU(1,1)$ . Los estados coherentes se escriben como

$$|\alpha\beta\rangle = e^{\tilde{\alpha}\tilde{a}^\dagger - \tilde{\beta}\tilde{a}_1^\dagger} |0\rangle$$

donde  $|0\rangle$  es el vacío y  $\tilde{a}_i^\dagger$  crea un par de bosones en el nivel i,

$$\tilde{a}_0^\dagger = \gamma_0^\dagger \gamma_0^\dagger$$

$$\tilde{a}_1^\dagger = \sum_m \gamma_m^\dagger \gamma_m^\dagger$$

El valor medio del hamiltoniano es

$$H = D \left( R \frac{\tilde{\beta}\tilde{\beta}}{1-\tilde{\beta}\tilde{\beta}} - \frac{\tilde{\alpha}\tilde{\alpha}}{1-\tilde{\alpha}\tilde{\alpha}} \right) - GR \frac{\tilde{\alpha}\tilde{\beta} + \tilde{\alpha}\tilde{\beta}}{(1-\tilde{\alpha}\tilde{\alpha})(1-\tilde{\beta}\tilde{\beta})}$$

Transformando a un conjunto apropiado de nuevas variables canónicas

$$n = \frac{1}{2M} \left[ R \frac{\tilde{\beta}\tilde{\beta}}{1-\tilde{\beta}\tilde{\beta}} - \frac{\tilde{\alpha}\tilde{\alpha}}{1-\tilde{\alpha}\tilde{\alpha}} \right]; -1 \leq n \leq 1$$

$$m = \frac{1}{2M} \left[ R \frac{\tilde{\beta}\tilde{\beta}}{1-\tilde{\beta}\tilde{\beta}} + \frac{\tilde{\alpha}\tilde{\alpha}}{1-\tilde{\alpha}\tilde{\alpha}} \right]; m = 1$$

y los ángulos correspondientes  $\phi$  y  $\sigma$ , obtenemos

$$E = \frac{H}{GM^{3/2}R^{1/2}} = \epsilon n - \sqrt{1 + \frac{M(1+n)}{2R}} \sqrt{\frac{(1-n)}{2} + \frac{1}{M}} \sqrt{1-n^2} \cos 2\phi$$

\* Investigador CONICET

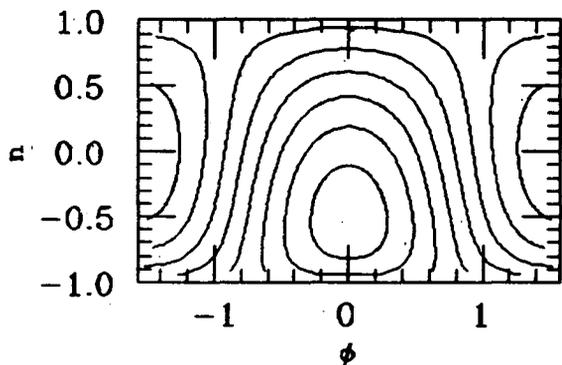


Figura 1: Trayectorias en el espacio de fases

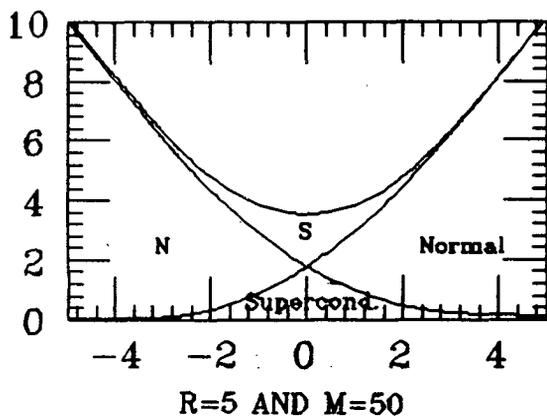


Figura 3: Energías de interacción vs. parámetro de interacción E

donde la energía ha sido normalizada adecuadamente.

En la Fig. 1 se muestran algunas trayectorias en el espacio de fases  $n, \phi$  para  $\varepsilon = 3, M = 50, R = 500$ . Aparecen dos tipos de órbitas; las cerradas que corresponden a comportamientos superconductores y las abiertas que representan a sistemas normales. En la Fig. 2 se muestran las energías de excitación en las que se producen las transformaciones de fase vs el parámetro de interacción  $\varepsilon$ . La transición de fase del estado fundamental, que aparece en  $\varepsilon \cong -1$ , puede ser claramente apreciada. Como en el caso fermiónico<sup>3</sup> el sistema vuelve a un comportamiento normal cuando aumenta la energía de excitación y luego superconduce nuevamente hasta alcanzar la energía máxima.

Este comportamiento es asimétrico, como se muestra en la Fig. 2, debido a la asimetría del modelo, aunque las transiciones de fase intermedias aparecen en  $\pm \varepsilon$ .

Es interesante estudiar la transición de fase del estado fundamental que para  $M$  y  $R$  grandes, con  $M/R \ll 1$ , aparece en  $\varepsilon \cong -1$ , mientras que para  $\varepsilon > 0$  no se detecta. Dado que trabajamos con bosones, es posible estudiar el caso  $M/R \gg 1$  y se en-

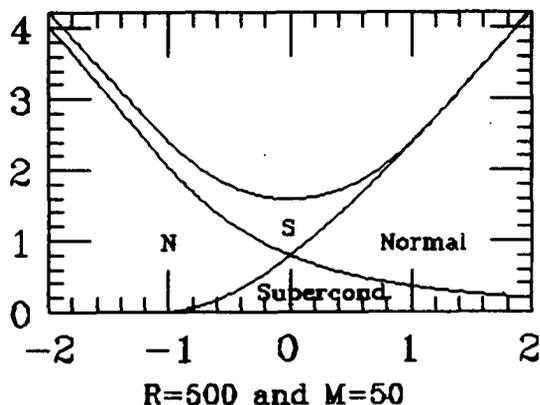


Figura 2: Energías de interacción vs. parámetro de interacción E

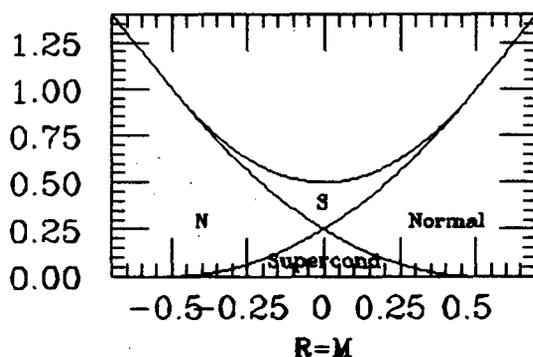


Figura 4: Energías de interacción vs. parámetro de interacción E

cuentra que las transiciones del fundamental aparecen en  $\varepsilon \cong \pm \sqrt{M/R}$ . En la Fig. 3 se muestran los resultados para  $M=50, R=5$ . Para comparar, mostramos en la Fig. 4 las transiciones de fase en un modelo similar al usado aquí pero fermiónico con niveles de igual degeneración y con  $M=R$ . Aquí las transiciones para el fundamental aparecen solo para  $M=R$  y el escaleo es tal que los resultados son independientes de  $R$ .

La descripción TDHBB permite el estudio de las transiciones de fase en función del parámetro de interacción en forma más sencilla que el tratamiento exacto. Esto se debe a que la aparición de órbitas cerradas señala claramente la transición de fase mientras que cualquier parámetro de orden no muestra discontinuidades cuando  $M$  y  $R$  son finitos.

## REFERENCIAS

1. P. Curutchet, J. Dukelsky, G. G. Dussel y A. J. Fendrik, a publicarse.
2. P. Kraner y M. Saraceno, Lecture Notes in Physics Vol. 140 (Springer, Berlin, 1981).
3. M. C. Cambiaggio, G. G. Dussel y M. Saraceno, Nucl. Phys. A 415 (1984) 70.